

EN CLAVE DIDÁCTICA

ISSN 2718 - 7322

Año III, N°1

Revista de Investigación y experiencias didácticas



Centro de Estudios
en Didácticas Específicas
CEDE- EH_UNSAM

EN CLAVE DIDÁCTICA

***Revista de investigación y experiencias didácticas del
CEDE-LICH- UNSAM***

Año III – N° 1

Mayo 2022

ISSN: 2718 - 7322

Staff

Dirección: *Gema Fioriti y José Villella.* Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Coordinación General: *Rosa Ferragina.* Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Equipo Editorial

Alejandra Almirón. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche / Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Fernando Bifano. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche/ Docente e Investigador del Instituto de Investigaciones CeFIEC, Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA

Adriana Calderaro. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Lucía Iuliani. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Leonardo Lupinacci. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche/ Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Héctor Pedrol. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET.

Victoria Güerci. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Consejo Asesor

Ana María Bach. Museo de la Mujer. Buenos Aires. Argentina.

Nora Bahamonde. UNRN. Río Negro. Argentina.

(†) José Carrillo Yañez. UHU. Huelva. España.

Luis Carlos Contreras González. UHU. Huelva. España.

Carolina Cuesta. UNIPE- UNLP. Buenos Aires. Argentina.

Alejandra De Gatica. UNSAM. Buenos Aires. Argentina.

Nancy Fernández Marchesi. UNTDF. Tierra del Fuego. Argentina.

Lucas Krotsch. UNLA. Buenos Aires. Argentina.

Gabriela Leighton. UNSAM. Buenos Aires. Argentina.

Marta Negrin – UNS - UNTDF. Buenos Aires/Tierra del Fuego. Argentina.

Gabriela Piroló. Dirección de Escuelas. Buenos Aires. Argentina.

Mabel Scaltritti – UBA. Buenos Aires. Argentina.

Mónica Schulmaister. Investigación Educativa. Universidad Autónoma de la ciudad de México.

Jorge Steiman. UNSAM- UNLZ. Buenos Aires. Argentina.

Hilda Weissman. Asesora en comunicación y educación ambiental. Buenos Aires. Argentina.

Esta revista provee acceso libre inmediato a su contenido bajo el principio de que hacer disponible gratuitamente investigación y experiencias didácticas al colectivo docente, apoya a un mayor intercambio de conocimiento global. A las y los usuarios se les permite leer, descargar, distribuir, imprimir, buscar, reproducir parcialmente o hacer un link a los textos sin pedir autorización previa a la editora o al/la autor/a, siempre que se cumpla la licencia Creative Commons Atribución (by). Se permite cualquier explotación de la obra, incluyendo la explotación con fines comerciales y la creación de obras derivadas, la distribución de las cuales también está permitida sin ninguna restricción. En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia será necesario reconocer la autoría (obligatoria en todos los casos). El equipo editorial no se hace cargo del contenido de los artículos, cuya responsabilidad corresponde a sus autores debidamente identificados.

Créditos:

Coordinación editorial: Rosa Ferragina

Imagen de tapa: ©Mariana Serra. Obra de tapa "Los azahares"

Diseño de Tapa: Laura Dos Santos (Equipo de Comunicación EHU de la UNSAM)

Contacto: enclavedidactica@unsam.edu.ar

Ubicación: UNSAM, Campus Miguelete, calles 25 de Mayo y Francia

Dirección postal: Martín de Irigoyen 3100. Ciudad/Localidad: San Martín (1650). Prov. Bs. As.

ISSN: 2718- 7322



EDITORIAL	5
INVESTIGACIONES DIDÁCTICAS	
Una aproximación al estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. El modelo MTSK. <i>Nuria Climent, Juan Pedro Martín-Díaz</i> (España)	7
El diseño de Secuencias didácticas fundamentadas para la enseñanza de las Ciencias Naturales. <i>Nancy Fernandez-Marchesi, Alejandro Pujalte</i> (Argentina)	17
EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS	
Decisiones profesionales en torno a las orquestaciones de recursos digitales para la enseñanza de la matemática: un estudio en los inicios universitarios. <i>Leonardo Lupinacci, Hugo Chamorro, Gustavo González, Liber Aparisi</i> (Argentina)	27
Mandalas como recurso para la enseñanza de la geometría en la escuela secundaria. <i>Susana Gómez, Victoria Güerci</i> (Argentina)	37
El sesgo de la equiprobabilidad. Una propuesta de enseñanza a partir de ideas intuitivas. (Trabajo final del Diploma en Enseñanza de la Matemática Nivel Primario/Nivel Secundario- Cohorte 2021). <i>Érica Mazzola, Ayelén Mansilla</i> (Argentina)	51
RESEÑAS BIBLIOGRÁFICAS	
¿Por qué Héctor Palma nos invita a leer el libro “Los límites (y algunas miserias) de las ciencias” editado por UUIRTO?	59
TESIS DIDÁCTICAS	
<i>Gisela Acosta Beiman</i> comparte un resumen de su tesis de Especialización: El Interés de estudiantes por la ciencia en un contexto de educación no formal. Un estudio en el Club de Ciencias CROMOSOMAS de la ciudad de Ushuaia. (Argentina)	61
<i>Natalia Soledad Cajal</i> comparte un resumen de su tesis de Especialización: Entre la valla y el trampolín. Ciclo de Ateneos Didácticos sobre enseñanza de la escritura en Prácticas del Lenguaje	63
ANUNCIOS: X Escuela de Didáctica de la Matemática (EDIMAT)	65
POLÍTICA EDITORIAL	67
En Clave Didáctica. Revista de Investigación y experiencias Didácticas	3

Podemos pensar a la profesión de enseñar, al ser docente, como una confluencia entre la vocación, el trabajo y el oficio. El “querer ser” docente como una elección de vida, recibe influencias provenientes de los requerimientos de la sociedad en la que nos desarrollamos como tales. Somos docentes en un aquí y ahora, en una sociedad que demanda respuestas cada vez más inmediatas para actuar con equidad, cuando ejercemos nuestro rol ciudadano. Las continuas mutaciones en las estructuras productivas, nos interpelan para pensar en cómo se distribuyen los recursos; las diferentes organizaciones familiares, nos generan búsquedas creativas de cómo relacionarnos y enseñar a relacionarse entre pares; la globalización, nos ubica como ciudadanas y ciudadanos de un mundo al que, desde la docencia, tenemos que ayudar a decodificar... Los grupos de estudiantes en las escuelas, se presentan frente a sus docentes con heterogeneidad de saberes e intereses culturales y ello genera incertidumbre que enciende la creatividad para la búsqueda de oportunidades de aprendizaje; los recursos proliferan desde diferentes orígenes y también generan la necesidad de seleccionarlos, gestionarlos y evaluar su eficacia, con otras miradas y escuchas de lo que sucede en el aula...

Esta evolución tanto externa como interna al aula, enmarca una profesión ineludiblemente atravesada por cierta responsabilidad ética hacia las nuevas generaciones a las cuales ayuda a desarrollar: requiere de una o un profesional que siente que su trabajo es complejo. Esta profesión, no siempre reconocida socialmente y en constante estado de reconfiguración, nos invita a pensar en sus componentes y en cómo colaborar, desde la investigación y la producción de conocimiento didáctico, en su desarrollo.

En este número de *En Clave Didáctica*, intentamos colaborar en ese desarrollo profesional por medio de la reflexión sobre un modelo de conocimiento especializado del docente que enseña matemática, convencidos que quizás, pueda ser generador de otros modelos para otras disciplinas que se enseñan en la escuela. También compartimos sugerencias de cómo diseñar y gestionar secuencias didácticas en el aula, desde la Biología y, como en el caso del modelo, se extienda a otras disciplinas. Mostramos cómo construir este rol profesional de quien enseña, analizando ciertas notas de su perfil: desde el ingreso universitario, compartimos una investigación donde el ejercicio de la profesión, es el objeto de estudio. Un ejemplo para el aula, en el que la interacción entre docentes, estudiantes y saberes (en este caso matemáticos) se tensiona para su reflexión, brinda herramientas para poner en acto secuencias pensadas para el nivel secundario con temas de probabilidad y, también, elementos para reflexionar sobre los problemas de enseñanza que nutren, cuando se busca su respuesta, la profesionalidad docente.

Los resúmenes de Trabajos finales de Especialización en áreas diferentes y que recogen experiencias disímiles, completan la idea que vertebra el número: pensarnos profesionales de la enseñanza.

La reseña bibliográfica de un libro cuyo título desafía nuestras ideas, permite cerrar la propuesta con el convencimiento de que colaboramos en destacar, a través de las lecturas, que detrás de una profesión que para ciertos grupos parece “fácil”, se esconde

un sinnúmero de acciones que la ennoblece y la hace merecedora de espacios de reflexión.

Nuestra profesión, la de enseñar, requiere de cierto grado de autonomía y capacidad para producir saberes sobre el propio ejercicio de enseñar. Así, la innovación se corresponde con una condición central de la profesión, algo así como el elemento que la nutre para salvaguardar a la especie, a las y los docentes que, como profesionales que reflexionan sobre su accionar, pueden producir saberes que provienen desde el interior de su actividad. Como dice Ángela Pradelli en su libro *El sol detrás del limonero* editado en Argentina en el 2016 por El Bien del Sauce:

*A veces, cuando se cierra el sol de los días,
el sonido del agua llega
desde una respiración de la infancia
y nos salva;
¿es ahí donde quedaron las palabras?,
¿encerradas en la luz de los frutales?
Voy hacia ese sol que vive detrás del limonero.*

Quizás, si imaginamos ese sol como la luz que necesitamos para trabajar como docentes, recordemos la infancia, hurguemos en las palabras y en los recuerdos, y así podamos iluminar nuestro trabajo para que, como el limonero, entreguemos los frutos que anhelamos poder disfrutar en sociedad.



Una aproximación al estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. El modelo MTSK

Nuria Climent, Juan Pedro Martín-Díaz

Universidad de Huelva, España

Resumen

Este artículo presenta un modelo de análisis del conocimiento del profesor de matemáticas, *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* (MTSK), al hilo de su aplicación para el análisis de una sesión de Educación Infantil en la que se introduce la división. Esta ejemplificación persigue que, además de familiarizarse con el modelo, el lector pueda apreciar su uso analítico. Se reflexiona también sobre la finalidad del desarrollo de este modelo y algunas investigaciones en las que se aplica.

Palabras clave: Conocimiento del profesor - Profesor de matemáticas - Formación del profesorado – Especializado - Educación Infantil.

Abstract

This article presents a model of analysis of mathematics teachers' knowledge, *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* (MTSK), and its application to the analysis of an Early Childhood lesson in which division is introduced. The purpose is not only to familiarize the reader with the model, but also to appreciate its analytical use. We also reflect on the aim of the development of this model and some research in which it is applied.

Keywords: Teacher knowledge - Mathematics teacher - Teacher education – Specialized - Early Childhood Education.

Introducción

En este artículo nos proponemos presentar de modo inductivo el modelo de análisis del conocimiento del profesor *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* (Carrillo et al., 2018). Para ello haremos uso de datos recogidos en el seno de un proyecto de investigación colaborativa con maestros, relativos a la práctica de una maestra de Educación Infantil.

El modelo *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* se apoya en otros marcos de análisis del conocimiento del profesor de matemáticas (como Ball et al., 2008; Bromme, 1994; o Ma, 2010) y pretende aportar herramientas para el análisis detallado de dicho conocimiento.

Los datos que aquí presentamos fueron obtenidos mediante la observación no participante y la grabación en vídeo de una sesión, así como declaraciones de la maestra en el contexto del análisis grupal de la sesión en el proyecto de investigación colaborativa.

Una sesión de matemáticas en Ed. Infantil desde la perspectiva del conocimiento de la Maestra

Vamos a fijarnos en una clase real que se desarrolló en un 3º curso de Educación Infantil (5 años) en un colegio público de la provincia de Huelva (España), en un grupo de 25 niños. La maestra, a la que llamaremos Rosa, es la habitual del grupo, y lleva trabajando con ellos desde que estos comenzaron la Educación Infantil con 3 años. Rosa cuenta con 14 años de experiencia en Educación Infantil. Su formación inicial es de maestra de Primaria. Está preocupada por su formación y participa en un proyecto de investigación colaborativa con otros profesores de distintos niveles educativos, incluyendo formadores del área de Didáctica de la matemática, entre los que nos encontramos los autores de este artículo.

Actividad 1: repartir en parejas 12 fichas en dos vasitos

La primera actividad que propone Rosa es repartir en parejas 12 fichas en dos vasitos.

Entre otras muchas cuestiones, pensando en el conocimiento de la maestra para la enseñanza de la matemática, nos podemos preguntar: ¿Por qué proponer la actividad en parejas? ¿Por qué dar dos vasitos a cada pareja?

Al proponer repartir las fichas en parejas y en dos vasitos, la maestra espera que los alumnos no se conformen con un reparto desigual (ninguno querrá tener menos), por lo que la equitatividad puede surgir de forma natural. De este modo, se aprovecha la idea intuitiva de justicia para que surja la necesidad de que el reparto sea equitativo.

La presentación de la actividad se inicia con el diálogo que sigue:

Maestra (M): *Por parejas hoy me tenéis que ayudar a repartir unas cositas que os voy a dar en dos vasitos. ¿Sabéis que significa repartir?*

Alumno/a 1 (A1): *Si fuera en juego y uno tiene más que otro y se te gasta, es que el amigo que tenga más le puede dar al otro.*

M: *¿Qué pensáis de lo que ha dicho Alba? ¿Quién está de acuerdo? ¿Por qué?... Compartir es una cosa y repartir es otra. A ver...*

A2: *Si un niño tiene muchos juguetes y otro tiene poco, pues le puede dar...*

M: *¿Eso es compartiendo, repartiendo, o repartiendo para compartir?*

A2: *Repartiendo para compartir*

El diálogo anterior parece reforzar la expectativa de la maestra en relación con la asociación entre el concepto de reparto y la equitatividad. La idea de “compartir”, a la que la maestra pone nombre, parece asociarse para los alumnos a la de “repartir”.

La maestra continúa presentando la actividad:

M: *Pues vamos a ver si sabéis repartir lo que os voy a dar. Por parejas, cada uno lo hace con su pareja. Os lo voy a poner en la mesa, pero todavía no se hace nada... lo podéis tocar, mirar... (Reparte a cada pareja 12 fichas). Ahora os voy a dar a cada pareja dos vasitos. ¿Qué creéis que pasará?*

Alumnos (As): *Que habrá que meterlos en los vasitos... que no nos quedará ninguno...*

M: *Venga, lo vamos a repartir en los vasitos.*

¿Por qué habrá elegido la maestra 12 fichas? ¿Es un número cualquiera o su elección se basa en su conocimiento especializado? De entrada, imaginamos que habrá elegido un número par para que la división sea exacta. Además, el número 12 parece suficientemente grande como para que la tarea no sea inmediata y a su vez abarcable por un niño de educación infantil.

Destacamos también del fragmento anterior el hecho de que pida a los alumnos prever lo que va a ocurrir, establecer conjeturas (*¿Qué creéis que pasará?*).

Tras el trabajo en parejas, se inicia la puesta en común:

M: *Ahora me tenéis que contar a mi o a un compañero cómo lo habéis hecho.*

Preguntada sobre lo que esperaba, prevé que los niños puedan usar diversas estrategias, algunas más directas y otras paso a paso. Es importante para ella que las comuniquen, para que ellos aprendan y otros aprendan.

En la puesta en común los niños levantan la mano para intervenir y la maestra invita a uno de los miembros de la pareja a explicar cómo lo han resuelto. Surgen diversas estrategias como reparto y compensación, reparto alternativo de 1 en 1 y reparto alternativo de 2 en 2. Siguen algunas de las intervenciones de la maestra:

M: *¿Entonces tú como lo has hecho, como Jadya o como Celia y María? ¿Y ahora tenéis los dos lo mismo?*

[...]

M: (Alguna pareja dijo que lo habían contado antes de repartir) *¿Quién más había contado antes las fichas?*

En el fragmento anterior podemos apreciar cómo a la maestra le interesa la forma en que se reparte y que los alumnos sean conscientes de las diferentes estrategias, siendo capaces de comparar unas con otras y la suya propia con las de los demás. Además, en la segunda intervención parece adivinar otra posible estrategia diferente a las que habían salido hasta ahora: contar previamente el total de elementos a repartir y estimar cuánto debe tener cada niño.

Una vez concluida la puesta en común, la maestra propone dibujar lo que han hecho:

M: *Ahora vamos a poner todas las fichitas en el vaso, vamos a coger el rotulador negro y a pintar lo que hemos hecho* (entrega a cada niño un folio).

Una vez acabados sus dibujos, pide a los niños que voluntariamente muestren su dibujo a los compañeros y expliquen lo que han dibujado.

Sale al frente una niña que muestra su dibujo (figura 1) y lo explica:

M: *En el vaso ¿qué has pintado?*

A3: *Las fichas que me ha dado la seño.*

M: *¿Alguien lo ha hecho también así, que en el vaso ha metido todas las fichas que os he dado?* (A Claudia): *Porque tú aquí, ¿Qué has metido, todas las fichas que te he dado o todas las que tenías al final?*

Sigue otra intervención de la maestra a otro niño que explica su dibujo:

M: *¿Eso qué era, antes o después de repartirlo?* (El niño explica que después). *¿Alguno tiene esto en su dibujo un vaso con las 6?* (Algunos niños levantan la mano).

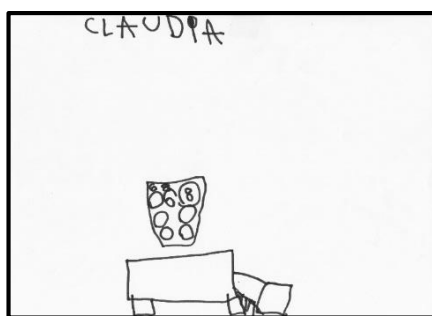


Figura 1: Dibujo de lo realizado en la Actividad 1. Fuente propia.

Conforme los niños van terminando de explicar sus dibujos, la maestra los agrupa en la pizarra en columnas, y pide a sus alumnos que pongan su dibujo en el grupo que más se parezca al suyo.

Una vez se han explicado y dispuestos los dibujos en columnas, la maestra llama la atención sobre los distintos tipos de representaciones (figura 2):

M: *Algunos habéis dibujado cómo lo habéis repartido. Otros han dibujado cuántas fichas había... Aquí hemos dibujado cómo se han ido repartiendo... Aquí, los que quedaban. Y otros niños han pintado como si fuera un resumen de todo. ¿Habéis visto? Y están todos bien.*



Planteamiento	Estrategia	Resultado	Resumen
			

Figura 2. Disposición de los dibujos en columnas (algunos ejemplos de cada columna). Fuente propia.

En su intervención se observa cómo la maestra destaca las distintas partes del problema. Las fichas que dio la maestra/que había al principio y los vasitos corresponden con los datos (dividendo y divisor), cómo se había repartido describe la resolución y lo que le queda a cada uno indica la solución (el cociente de la división).

El hecho de que los alumnos coloquen su dibujo en el grupo que consideren corresponda les requiere comparar y un proceso metacognitivo que les permita identificar aspectos comunes de su representación con la de otro compañero.

Actividad 2: repartir individualmente 12 pegatinas en 3 vasitos

Terminada la actividad anterior, la maestra les indica que dará a cada alumno un folio en blanco y 12 pegatinas. Se trata ahora de dibujar 3 vasitos y repartir las 12 pegatinas en los 3 vasitos. Antes de entregar el material les pregunta:

M: *A ver, ¿qué pensáis que va a ocurrir? ¿Habrá más o menos?*

As: *¡Menos! [...] ¡Más!*

A4: *Más.*

M: *Alberto, ¿qué piensas, que habrá más? ¿Por qué?*

A4: *Porque son 3 vasos.*

M: *Pues ahora lo vamos a comprobar.*

Observamos de nuevo cómo la maestra cuestiona para que los alumnos conjeturen qué ocurrirá, imaginando sin material. Esta pregunta puede deberse a que espera que algunos alumnos tengan dificultades y pensar que, al ser más vasos, dará un resultado mayor (como se observa en el caso de Alberto). La pregunta sobre qué ocurrirá alude a la relación entre el cociente y el divisor cuando se mantiene constante el dividendo.

Antes de seguir describiendo la sesión, proponemos al lector imaginar qué estrategias seguirán los niños en esta ocasión, si serán las mismas que en la primera actividad o esperan otras. ¿Tendrá la misma dificultad para los alumnos que la actividad previa? ¿Se espera mayor dificultad? ¿Por qué?

En este caso muchos niños hacen repartos no equitativos. En la puesta en común en la asamblea la maestra llama la atención sobre este hecho:

M: *¿En los tres vasos puede haber uno más, en otro menos y en otro más? O, ¿cómo tienen que estar los tres vasos?*

A5: *Igual.*

M: *Iguales. Y, ¿vosotros lo teníais iguales?*

A5: *No.*

M: *Pero lo podéis arreglar, ¿verdad?*

Pide a la niña que dibuje en la pizarra el procedimiento para arreglarlo. Ésta dibuja tres vasos y 4 fichas en cada uno.

M: *¿Por qué le vas a pegar 4 a cada uno, porque ya hemos dicho que cada uno tiene 4?*

A5: *Sí.*

M: *Claro, pues ahora te voy a tener que pintar otra cosa...*

La maestra dibuja en la pizarra 4 vasos y anima a una estudiante diferente a realizar de nuevo la actividad.

Aquí podemos observar las posibilidades que ofrece la elección de 12 fichas. La maestra aprovecha la variedad de divisores del 12 para plantear las dos primeras actividades y sus variantes (12:2, 12:3 y 12:4).

Otra estudiante coloca 4 pegatinas en 3 de los vasos y deja uno vacío.

M: *Mirad. ¿Ha repartido Beatriz las 12 pegatinas en los 4 vasitos?*

Todos: *¡No!*

A6: *Por eso que, había menos. Tenía que haber menos.*

M: *Beatriz, ¿has repartido entre los 4 vasos?, ¿qué ha pasado?*

A6: *Pues que estos tienen 4 pegatinas y este no tiene ninguna.*

M: *Pues los tienes que repartir en los 4 vasos. ¿Cómo lo puedes hacer? Vamos a arreglarlo.*

En la intervención de A6 se observa como otro alumno está validando su conjetura (era uno de los niños que al principio de la actividad auguró que daría menos que en la actividad 1).

La actividad finaliza con preguntas de síntesis:

Síntesis final:

M: *¿Qué teníamos?*

As: *12 fichas.*

M: *¿Qué más teníamos?*

As: *2 vasos.*

M: *Y, ¿qué teníamos que hacer con los dos vasos y las doce fichas?*

As: *Repartir en partes iguales.*

M: *¿Cómo lo hemos hecho? De varias maneras. Pero, al final, ¿cuál fue el resultado?*

As: *6 y 6*

M: *Pues esto son los problemas. Primero tenemos una cosa, luego tenemos que hacer algo para conseguir un resultado.*

De nuevo observamos la referencia a los datos (¿qué teníamos? 12 fichas y 2 vasos), la condición del problema (repartir entre iguales), la resolución (¿Cómo lo hemos hecho? De varias maneras) y el resultado (al final, ¿cuál fue el resultado? 6 y 6).

El modelo *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge*

El modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (*Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* –en adelante MTSK) deriva de la investigación que se desarrolla durante más de veinte años inicialmente en la Universidad de Huelva y posteriormente con investigadores de muchos otros países, conformando el grupo SIDM (Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática, liderado desde la Universidad de Huelva). En Carrillo et al. (en prensa) se puede encontrar una

descripción de los orígenes del modelo, desde las primeras investigaciones sobre las concepciones del profesor de matemáticas de Carrillo (1998) y Contreras (1999), hasta las publicaciones que muestran el desarrollo del modelo (Carrillo *et al.*, 2013, 2018; Flores *et al.*, 2013).

En esta sección presentaremos el modelo MTSK usando la descripción de la sesión de Educación Infantil de la sección anterior para ejemplificarlo.

El modelo del conocimiento del profesor de matemáticas MTSK nace con la intención de disponer de un instrumento para analizar con detalle el conocimiento del profesor de matemáticas, con el afán de comprenderlo. La intención inicial, que se ha mantenido en gran parte de las investigaciones desarrolladas con el modelo, no es evaluar el conocimiento del profesor, sino comprender cómo conoce el profesor y cómo ese modo de conocer se refleja en su práctica, de cara a diseñar procesos formativos. Dado que los investigadores del grupo SIDM somos en su mayor parte formadores del área de Educación Matemática, en el modelo nos ceñimos al estudio del conocimiento específico del profesor de matemáticas en cuanto a que está ligado a la matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje. Además, cuando creamos el modelo MTSK buscamos explícitamente que el conocimiento del profesor se pueda definir de modo intrínseco a la matemática y su enseñanza y aprendizaje. Esto es, no nos interesa identificar el conocimiento del profesor de matemáticas por comparación con el conocimiento de la disciplina que necesitan otros profesionales, por ejemplo.

En el modelo MTSK distinguimos 3 dominios: el conocimiento matemático, el conocimiento didáctico del contenido y las concepciones (sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje). Los dos primeros dominios derivan de Shulman (1986, 1987) y el tercero recoge la sensibilidad del SIDM a la importancia de la interacción entre las concepciones y el conocimiento del profesor, fruto de las investigaciones previas del equipo.

Una de las fortalezas que encontramos en el modelo es el desglose de los dominios en subdominios y estos en categorías, lo que permite un análisis detallado del conocimiento del profesor. Este desglose analítico puede ser percibido como una visión fragmentada de dicho conocimiento. Somos conscientes de que el conocimiento de los profesores es un sistema integrado. El objetivo en los estudios con el modelo MTSK es identificar a su vez conexiones entre distintos elementos del conocimiento. En este sentido, hay investigaciones que están avanzando en el estudio de relaciones en el conocimiento del profesor desde la perspectiva del modelo MTSK (Aguilar *et al.*, 2019; Delgado y Zakaryan, 2020).

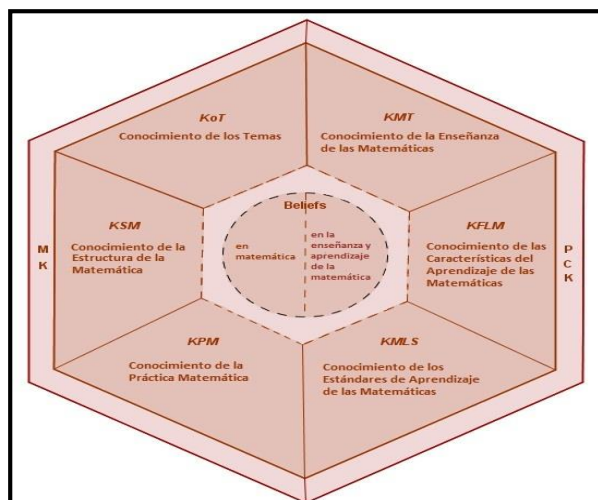


Figura 3. Modelo de Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK). Dominios y subdominios. Fuente propia del modelo.

En el dominio del conocimiento matemático (MK, Figura 3), diferenciamos tres dominios de conocimiento. El conocimiento de los temas (KoT) incluye conocimiento sobre: procedimientos; definiciones, propiedades y sus fundamentos; registros de representación; y fenomenología y aplicaciones de objetos matemáticos. En el caso de la lección descrita en el apartado anterior, vemos cómo el conocimiento de Rosa sobre el significado de la división como reparto y de la necesidad de equitatividad en la división apoyan su diseño. Además, su conocimiento de la relación entre el cociente y el divisor (manteniendo constante el dividendo) sustenta la actividad 2. En todos estos casos observamos conocimiento de los temas (KoT) referido, respectivamente, a las categorías: fenomenología y aplicaciones, y definiciones, propiedades y sus fundamentos.

El conocimiento de la práctica matemática (KPM) pretende dar cuenta del conocimiento del profesor sobre cómo se hacen matemáticas, rescatando las ideas de conocimiento sobre matemáticas (Ball, 1989) y conocimiento sintáctico (Schwab, 1978). Rosa muestra conocimiento sobre la resolución de problemas como práctica matemática. Así, su conocimiento de las partes de un problema (datos, condiciones, resolución y solución) permite organizar las producciones de los estudiantes en la actividad 1 y concluir dicha actividad con la idea de qué es un problema matemático. Además, Rosa parece consciente de la importancia de la metacognición en la resolución de problemas, de ahí las diferentes paradas reflexivas del tipo ¿qué creéis que pasará? (como en la presentación de la actividad 2).

El tercer subdominio que distinguimos en el conocimiento matemático es el conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM). Este recoge el conocimiento del profesor de conexiones entre distintos temas, de forma que el profesor pudiera mostrar una perspectiva avanzada del conocimiento del tema y también de sus antecedentes. Este conocimiento no se refiere a un conocimiento curricular, sobre qué temas pueden ir antes o después en secuencias para la enseñanza, sino que se refiere a conexiones dentro de las matemáticas. Por ejemplo, la división podría conectarse con la divisibilidad o con el conjunto de los números racionales. En la sesión descrita no evidenciamos conocimiento de Rosa de la estructura de las matemáticas (lo que no quiere decir que no lo posea). En el KSM diferenciamos conocimiento de conexiones de complejización (como los ejemplos citados), de simplificación (conectar la división con contenidos más elementales), transversales (ideas matemáticas que conectan o están presentes en diferentes núcleos de temas, como podría ser la igualdad que conecta con la equitatividad, la semejanza o la congruencia, entre otros temas), y auxiliares (cuando un objeto matemático sirve como herramienta en otro tema, por ejemplo la divisibilidad en el conjunto de los números naturales para descomponer en factores un polinomio).

Rosa muestra también diversas evidencias de conocimiento didáctico del contenido (entendido como conocimiento sobre la enseñanza y aprendizaje de la materia íntimamente ligado al contenido matemático). En relación con la enseñanza de las matemáticas (KMT), se observa tanto en las variables de las actividades (con decisiones sobre los materiales y el agrupamiento que buscan reforzar la idea de equitatividad, o la elección del 12 como reto asequible) como en el paso a la actividad 2 (a la que parece asociar un nivel mayor de abstracción). Todo lo anterior corresponde a conocimiento de Rosa sobre la enseñanza de las matemáticas (KMT, en la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Este subdominio recoge también conocimiento sobre teorías de enseñanza, así como de recursos materiales y virtuales. Las decisiones sobre la actividad y su gestión muestran el conocimiento de Rosa sobre cómo aprenden el contenido los estudiantes. Así, parece esperar que la equitatividad surja de modo natural, ligada a la idea de justicia, diferentes estrategias de reparto, así como mayor dificultad en el caso del reparto entre 3 (actividad 2) por poder pensar que al aumentar el número de vasos (divisor) debe ser mayor también el resultado (cociente). Lo anterior muestra conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM),

en las categorías de, respectivamente, formas de interacción (de los estudiantes) con el contenido matemático, y fortalezas y dificultades. Por otra parte, la secuencia de las actividades, de lo manipulativo a lo icónico-simbólico (dibujos) y lo oral parece estar respaldada por su conocimiento de cómo se aprenden matemáticas, que podemos asociar a conocimiento de teorías de aprendizaje. Hacemos notar que estas teorías podrían ser teorías personales, basadas en su experiencia, provenientes de su estudio, o por integración de ambas vías. En el mismo sentido entendemos el conocimiento del profesor sobre teorías de enseñanza al que hemos aludido en el KMT. Las categorías de este subdominio KFLM se completan con el conocimiento de intereses y expectativas de los estudiantes en relación con el contenido.

Finalmente, en la sesión en sí no hay evidencias del conocimiento de la maestra de estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) en relación con el contenido tratado. Interesaría en ese sentido, atendiendo a las categorías de este subdominio, su conocimiento sobre qué puede esperar que sus estudiantes aprendan, con qué nivel de desarrollo, y la secuenciación de contenidos de este tema en relación con otros de este mismo curso y anteriores y posteriores. El referente del KMLS es el conocimiento de estándares curriculares, tanto los que rigen la enseñanza en el contexto del profesor, como otros.

Igualmente, en la sesión que describimos, se aprecian las concepciones de Rosa sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, parece clara la importancia que otorga a que los estudiantes conjeturen, y su foco en las estrategias más que en los resultados, mostrando su visión de la matemática escolar. Asimismo, parece atribuir un papel importante a la comunicación en el aprendizaje de las matemáticas.

Reflexiones finales

Analizar una sesión, como la descrita en este artículo, usando el modelo MTSK nos permite identificar elementos del conocimiento especializado del profesor que parecen explicar parcialmente su acción. Esto nos posibilita diseñar contextos y tareas formativas para propiciar la construcción de conocimiento por parte del profesorado implicado. En esta línea, estamos usando el modelo MTSK como herramienta en la formación continua (Gibim *et al.*, en prensa) e inicial de profesores de matemáticas (Montes *et al.*, 2019, 2022).

La preocupación por el conocimiento que requiere el profesor de matemáticas ha derivado asimismo hacia el formador de profesores. ¿Qué conocimiento despliega y necesita el formador? Investigaciones recientes están abordando esta problemática desde la perspectiva, que necesita ser adaptada, del modelo MTSK (Almeida y Ribeiro, 2019; Escudero *et al.*, 2021).

Si bien la sesión que tomamos aquí como datos para presentar el modelo MTSK corresponde a un aula de Educación Infantil, se han desarrollado investigaciones desde esta perspectiva con profesores de otros niveles como Educación Secundaria (Carreño y Climent, 2019) y de estudios universitarios (Vasco y Climent, 2020, 2021).

En las investigaciones con el modelo MTSK nos hemos preguntado, por otro lado, qué elementos permite comprender este y cómo otros marcos de análisis de Educación Matemática pueden aportar luz sobre aspectos opacos desde la mirada con MTSK. Así, hay investigaciones que ponen en diálogo el modelo MTSK con el de Espacios de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2011), como las de Espinoza *et al.* (2018), o con el de Análisis didáctico (Rico *et al.*, 2013), como las de Rojas *et al.* (2015).

Agradecimientos: Este estudio está asociado al proyecto RTI2018-096547-B-I00 (Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades, España) y la Red Iberoamericana de Investigación MTSK (financiada por la AUIP).

Referencias

- Aguilar-González, Á., Muñoz-Catalán, M. C., y Carrillo, J. (2019). An Example of Connections between the Mathematics Teacher's Conceptions and Specialised Knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(2), em1664. <https://doi.org/10.29333/ejmste/101598>
- Almeida, M. V. R., & Ribeiro, M. (2019). Conhecimento especializado do formador de professores de 613 Matemática ao discutir a relação de ordem no conjunto dos números inteiros. *Quadrante*, 28, 614 125–148. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23015>
- Ball, D. L. (1989). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. En J. Brophy (Ed.), *Advances in Research on Teaching*. Vol. 2 (pp. 1–48). JAI Press.
- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes its special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En R. Biehler, R. Sholz, R. Strässer, & y B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 73-88). Kluwer Academic Publisher.
- Carreño, E. y Climent, N. (2019). Conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas de secundaria. Un estudio en torno a definiciones de cuadriláteros. *PNA*, 14(1), 23-53. <https://doi.org/10.30827/pna.v14i1.9265>
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised 679 knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of CERME8* (pp. 2985–2994). Middle East Technical University.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores–Medrano, E., Escudero–Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar–González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Contreras, L. C. (1999). *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Delgado, R., y Zakaryan, D. (2020). Relationships between the Knowledge of Practices in Mathematics and the Pedagogical Content Knowledge of a Mathematics Lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 567-587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Escudero-Ávila, D., Montes, M., y Contreras L. C. (2021). What do mathematics teacher educators need to know? Reflections emerging from the content of mathematics teacher education. En M. 760 Goos & K. Beswick (Eds.), *The Learning and Development of Mathematics Teacher Educators*. *Research in Mathematics Education* (pp. 23–40). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-76262408-8_2

Espinoza-Vásquez, G., Ribeiro, M. y Zakaryan, D. (2018). Avance en la comprensión de las relaciones entre el ETM idóneo y el MTSK del profesor. *Journal of Educational Research, MENON*, 4, 146-161.

Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D. I., & Carrillo, J. (2013). A theoretical review of specialized content knowledge. En B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of CERME8* (pp. 3055–3064). Middle East Technical University.

Gibim, G., Climent, N., Rifo, L., y Ribeiro, M. (en prensa). Teachers Specialized Knowledge - a look on fractions división. Póster presentado al CERME 12.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9–24.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Taylor & Francis e-Library. (Aniversary edition).

Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M. y Barrera-Castarnado, V. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: Una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández, y M.T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: Prácticas sobre el aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp.157-176). Ediciones Universidad de Salamanca.

Montes, M., Climent, N., y Contreras, L. C. (2022). Construyendo conocimiento especializado en geometría: un experimento de enseñanza en formación inicial de maestros. *Aula abierta*, 51(1), 27-36. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.27-36>

Rico, L., Lupiáñez, J. L., y Molina, M. (2013). El análisis didáctico en educación matemática. *Metodología de investigación, innovación curricular y formación de profesores*. Universidad de Granada.

Rojas, N., Flores, P., y Carrillo, J. (2015). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 143–166. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>

Schwab, J. J. (1978). Education and the Structure of the Disciplines. En I. Westbury y N. J. Wilkof (Eds.), *Science, Curriculum and Liberal Education: Selected Essays* (pp. 229-272). University of Chicago Press.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004_898899

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>

Vasco, D., y Climent, N. (2020). Conocimiento de un profesor de Álgebra Lineal sobre los errores de los estudiantes y su uso en la enseñanza. *Quadrante*, 29(1), 97–114. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23008>

Vasco-Mora, D., y Climent, N. (2021). The specialised knowledge and beliefs of two University lecturers in linear Algebra. En S. Zehetmeier, D. Potari, y M. Ribeiro (Eds.), *Professional Development and Knowledge of Mathematics Teachers* (pp. 104-123). Routledge. ISBN [978-0-367-44240-8](https://doi.org/10.1080/978-0-367-44240-8)



El diseño de Secuencias didácticas fundamentadas para la enseñanza de las Ciencias Naturales

Fernandez-Marchesi, Nancy Edith

Instituto de la Educación y del Conocimiento - Universidad Nacional de Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur

Pujalte, Alejandro

Universidad Nacional de Lomas de Zamora - CEFIEC - UBA

Resumen

Si hay algo que todo docente debería procurar en su actividad profesional es, que sus estudiantes aprendan, y que esos saberes adquiridos sean significativos más allá de para aprobar exámenes sin perder de vista la importancia de las ciencias como parte de la cultura. La procura de tales metas requiere de una acción planificada, la cual se constituye como una hipótesis de trabajo que se lleva a la práctica y se termina de ajustar en el aula. Aprender a diseñar secuencias didácticas implica poner en juego los desarrollos de la investigación en didáctica de las ciencias naturales. El hecho de planificar y diseñar es inherente al acto educativo en sí mismo y, como toda planificación, trae consigo explícita o implícitamente, la toma de decisiones fundamentadas para concretar las finalidades de la enseñanza.

Palabras clave: Formación docente – Desarrollo profesional – Secuencias didácticas – Actividad científica escolar – Enseñanza de las ciencias

Abstract

If there is something that every teacher should try in their professional activity, it is that their students learn, and that these acquired knowledge are significant beyond passing exams without losing sight of the importance of science as part of the culture. The pursuit of such goals requires a planned action, which is constituted as a working hypothesis that is put into practice and is finally adjusted in the classroom. Learning to design didactic sequences implies putting into play the research developments in didactics of the natural sciences. The fact of planning and designing is inherent to the educational act itself, and like all planning, it brings with it, explicitly or implicitly, the making of informed decisions to specify the purposes of teaching.

Keywords: Teacher training – Professional development – Didactic sequences – School scientific activity – Science teaching

Introducción

En nuestra experiencia como formadores de docentes nos encontramos con la percepción de que los recorridos de formación profesionalizantes no terminan del todo de propiciar la apropiación de las herramientas conceptuales y metodológicas que permitan el diseño de propuestas didácticas consecuentes con las finalidades de la enseñanza de las ciencias para el siglo XXI. La fuerte impronta de las biografías docentes y los "modos de hacer" tradicionales y rutinizados terminan resultando en obstáculos a la hora de promover la elaboración de secuencias y unidades didácticas innovadoras que apunten a desempeños competentes por parte del estudiantado. Así es que buena parte del profesorado (en formación inicial y continua) se encuentra apegado a una lógica de planificación que parte de definir qué enseñar, para luego pensar en el cómo enseñar y finalmente decidir qué y cómo evaluar.

Cuando desde una perspectiva coherente con las metas de la educación científica para el mundo contemporáneo, la razonabilidad pasa por cómo lograr competencias de pensamiento científico en el estudiantado que les permitan actuar con solvencia en la toma de decisiones en un marco de complejidad cada vez mayor a nivel global. En sintonía con esta nueva lógica, la pregunta fundante que debería hacerse todo docente sería para qué enseño la disciplina que enseño. Y una vez que tenga claro esto, en términos de finalidades, decidir a qué desempeños a corto, mediano y largo plazo debería apuntar en el estudiantado, esto es qué objetivos de aprendizaje se pretende que los estudiantes alcancen (lo que ni más ni menos prefigura la evaluación). Esos desempeños esperados, que serían indicadores de una comprensión genuina (Stone Wiske, 1999) implicarán poner en juego un saber específico que sea el más propicio para que logren esos desempeños.

En otras palabras, cuáles serán las ideas, teorías, modelos, conceptos más propicios para motorizar esos desempeños de comprensión. Del conjunto de contenidos del programa, no todos serán tan propicios para ello, lo cual quiere decir que será necesaria una selección de los más centrales en función de su potencia propiciadora de desempeños. Y, entonces, aparece el cómo; esto es, qué estrategias, qué recursos, qué consignas, qué materiales serán los mejores para que el estudiantado logre adquirir esos desempeños.

Frente a la necesidad de acercar al profesorado, en formación inicial y continua, un material lo suficientemente específico para andamiar la tarea del diseño de propuestas didácticas, es que nos propusimos redactar esta propuesta. Este texto no pretende ser un ejemplo exhaustivo acerca de cómo planificar ni se propone reemplazar los recorridos académicos en la didáctica de las ciencias naturales propios de un curso de grado o posgrado. Nuestra pretensión es ofrecer a las y los profesores, en actividad y en formación, una hoja de ruta con recorridos posibles (de ninguna manera los únicos) que pueda ayudar a la hora de planificar sus secuencias y unidades didácticas. Este trabajo, acorde con su intención de servir como guía o como mapa, contiene algunas definiciones breves que posibilitan caminos de lectura para ampliar y profundizar, de modo hipertextual, los marcos teóricos de referencia de la didáctica de las ciencias naturales.

Consideraciones preliminares

Consideramos que la labor docente debería propiciar que sus estudiantes aprendan de modo significativo, más allá de la aprobación de exámenes. Nos referimos a que puedan

poner el conocimiento en acción en los diferentes ámbitos de desempeño de la vida, esto es, que logren aquellas metas o finalidades de la educación científica: la preparación para el ejercicio de la ciudadanía, para el mundo del trabajo, para seguir estudios superiores y para la vida cotidiana, sin perder de vista la importancia de las ciencias como parte de la cultura, como patrimonio de la humanidad.

La procura de tales metas requiere de una acción premeditada y planificada, la cual se constituye como una hipótesis de trabajo que, en definitiva, se lleva a la práctica y se termina de ajustar en el aula. El diseño de secuencias y unidades didácticas implica poner en juego los desarrollos de la investigación en didáctica de las ciencias naturales para decidir de un modo fundamentado qué alternativa seleccionar, si hay varias alternativas. Podría decirse que el hecho de planificar y diseñar la enseñanza es inherente al acto educativo en sí mismo, cualquiera sea el nivel en el que este se desarrolle.

Comenzamos nuestra propuesta refiriéndonos a qué se entiende por *secuencias didácticas*.

En general, la mayoría de los autores (Couso, 2011, 2013; Sanmartí Puig, 2001, 2002; Marchán-Carvajal y Sanmartí, 2015) coinciden en que se trata de una serie articulada y secuenciada de actividades que se organizan en el tiempo para abordar determinados contenidos en función de unos objetivos específicos de aprendizaje que se pretende alcanzar.

En la literatura que hace referencia a la planificación de las clases en función de la articulación de actividades, es muy frecuente hallar la expresión “unidad didáctica”. En nuestro contexto educativo es usual asociar “unidad didáctica” con aquellas estructuras de carácter burocrático-administrativo en las que se organizan los contenidos a enseñar en una planificación formal, y que suelen coincidir con los capítulos del libro de texto canónico, incluso en su progresión –de lo micro a lo macro, o al revés–, o según sea la tradición disciplinar. Así, terminan consistiendo en una formalidad “para cumplir” con lo requerido por los directivos de las instituciones educativas. No es la acepción que usaremos aquí, sino que, en coincidencia con la investigación académica en el tema, nos referiremos a las unidades didácticas como instrumentos que hacen a la profesionalización docente, en tanto se constituyen como hipótesis teóricas de trabajo en el aula, que a partir de su aplicación en las clases y en función de los contextos de uso, se reconstruyen y se resignifican en un proceso metaevaluativo continuo.

Una unidad didáctica (UD), entendida en los términos que acordamos aquí, es un plan de acción que estará constituido por una o más secuencias didácticas, con actividades en función de los diferentes objetivos de aprendizaje que se quieran alcanzar. Dichos objetivos están en relación directa con contenidos científicos específicos, tanto disciplinares (*de la ciencia* en cuestión: física, química, biología...) como metadisciplinares (*sobre la ciencia*: epistemológicos, históricos, sociológicos...), y abordan las esferas conceptual, procedimental y actitudinal.

Si nuestro propósito es que se aprenda determinado modelo científico o meta científico, entonces las actividades que propongamos en las secuencias didácticas deberían procurar que piensen con esos modelos; y, por lo tanto, dichos aprendizajes deberían evidenciarse en su capacidad de argumentar desde esos modelos y proponer intervenciones en ese sentido.

En definitiva, este plan de actuación consiste en concretar y poner en práctica nuestras ideas e intenciones educativas. Sin embargo, a veces esto no es tan sencillo, puesto que muchas de las actividades que se seleccionan para enseñar algún tema parten de la tradición de que “siempre se ha hecho así y entonces para qué modificarlo”. En otras

ocasiones, proceden del texto de cabecera y se aplican sin mayores cuestionamientos. En estas ocasiones, en el mejor de los casos los objetivos de enseñanza suelen ser implícitos. Como señala Sanmartí Puig (2005), se trata de:

“objetivos que no solemos escribir, ni discutir o replantear abiertamente porque simplemente no acostumbramos a pensar en ellos cuando planificamos o diseñamos actividades. La falta de formación del profesorado con respecto a la toma de decisiones relacionadas con el diseño de unidades didácticas y la presión temporal de ‘acabar el programa’ que los profesores solemos imponernos, conlleva que nuestra actuación sea generalmente el resultado más de la concreción de intuiciones y de rutinas adquiridas a través de la experiencia y no de conocimientos teóricos y prácticos aplicados conscientemente en la planificación” (Sanmartí Puig, 2005: 14).

Como refiere Caamaño (2013), las propuestas de diseño de secuencias o unidades didácticas orientadas desde la investigación han estado generalmente asociadas a:

- diferentes perspectivas teóricas sobre el proceso tanto de enseñanza como de aprendizaje;
- perspectivas epistemológicas acerca de la naturaleza del conocimiento, así como a conceptos provenientes de la psicología del aprendizaje (aprendizaje por descubrimiento, cambio conceptual) y
- derivaciones del campo específico de la didáctica de las ciencias naturales: enseñanza basada en la indagación, en la resolución de problemas, en la modelización, en el enfoque CTS, en la enseñanza en contexto, entre otras,

“Desde las nuevas visiones sobre el aprendizaje y sobre la enseñanza según las cuales son los propios alumnos quienes construyen su conocimiento, la función del profesorado es promover ese proceso constructivo que forzosamente será distinto para cada estudiante y para cada grupo-clase” (Sanmartí Puig, 2001:241).

Secuencias didácticas innovadoras. Su organización

No existe una receta canónica de cómo elaborar secuencias didácticas de calidad. De hecho, la didáctica de las ciencias es una disciplina que entiende cuáles son las estrategias que promueven un aprendizaje significativo, que se va ajustando con la retroalimentación que brinda la práctica. El punto de partida ineludible para el diseño es el que resulta de abordar tres aspectos interrelacionados: qué, para qué y cómo enseñar y aprender.

Siguiendo a Couso (2013), una unidad didáctica competencial implica la problematización del contenido en dos dimensiones fundamentales. Por un lado, el contenido debería servir al fin competencial; es decir, debería poder relacionarse con un contexto de relevancia para el alumnado, para su actuación en el mundo real. Por el otro, el contenido ha de ser el esencial para el pensamiento científico del alumnado, debería incluir aquellos modelos y teorías (disciplinares y metadisciplinares) que sirvan para elaborar explicaciones acerca del mundo y dan sentido a esos modelos y teorías.

A partir de la selección de esas ideas y modelos a enseñar, lo que sigue es el diseño de actividades para la construcción progresiva, de una versión adecuada de dichas ideas y modelos que tendrían en cuenta tres interrogantes centrales:

- ¿De dónde parten los estudiantes?
- ¿Qué hitos del camino debemos alcanzar?

- ¿Dónde queremos llegar y cómo sabremos que hemos llegado?

Respecto de la secuenciación de las actividades de enseñanza y aprendizaje, compartimos con Couso cuando dice:

“Elaborar una UD de acuerdo a una progresión de conocimiento y demanda cognitiva implica diseñar y secuenciar las actividades para que se pueda hacer emerger en el aula cada aspecto o estadio del modelo objeto de aprendizaje. Sin embargo, ya hace tiempo que sabemos que aprender es muy complejo y que no se pueden construir las nuevas ideas, ni siquiera convenientemente secuenciadas en orden lógico o empírico a no ser que partamos de lo que los alumnos saben (constructivismo), compartamos con ellos lo que se quiere saber (metacognición), progresemos en complejidad de forma contextualizada (aprendizaje situado) y consigamos un cierto nivel de abstracción antes de la aplicación (transferencia). En este sentido, tanto a nivel micro de cada actividad [...] como a nivel macro de cada secuencia o toda la UD completa, se deben diseñar momentos de exploración y de apropiación de objetivos al inicio, estructuración o síntesis de lo aprendido y aplicación final” (Couso, 2013:21).

La estructura y el diseño de una secuencia didáctica

Las actividades didácticas son acciones que planifican los profesores y las profesoras y que tienen como finalidad promover el aprendizaje de sus estudiantes en relación con un determinado contenido. Mediante ellas, se promueve la interacción entre el conocimiento, quien enseña y quien aprende.

Según Sanmartí Puig (2002), una actividad didáctica se caracteriza por lo siguiente:

- Promueve el desarrollo de mecanismos que configuran el contrato didáctico que se establece en cada grupo-clase.
- Refleja las finalidades educativas del docente, todo aquello que se valora como importante respecto de lo que resulta esencial enseñar y de cómo es mejor enseñarlo.
- Se organiza y distribuye en el espacio y en el tiempo según una estructura que concreta el modelo de enseñanza de cada profesor.
- Se transforma el conocimiento científico en conocimiento para ser aprendido, no solo los conceptos y procedimientos de la ciencia, sino también las actitudes, sentimientos, creencias y todo tipo de valores asociados.
- Se interactúa, profesores y estudiantes, con la finalidad de que los segundos se apropien de dicho conocimiento.
- Se negocia, docentes con sus estudiantes, lo que es importante aprender y las normas de trabajo para conseguir dicho aprendizaje.

Una actividad concreta no es la que posibilita aprender, sino el conjunto de actividades organizadas y secuenciadas que posibilitan un flujo de interacciones entre los propios estudiantes, y entre estos y el docente.

Por ello, la actividad no tiene la función de promover un determinado conocimiento como si este se pudiera transmitir en porciones, sino que debe plantear situaciones propicias para que los estudiantes actúen y sus ideas evolucionen en función de su situación personal. Las actividades se diferencian no solo por los contenidos que introducen, sino sobre todo por sus finalidades didácticas.

El diseño de una secuencia didáctica

La acción de enseñar se concreta mediante el diseño de *unidades didácticas* (UD) que forman parte de un contexto específico. Habitualmente, una UD está formada por *secuencias*, cada una de las cuales tiene unos objetivos de aprendizaje específicos. Una *secuencia* puede estar formada por un conjunto de *sesiones de clase* y estas, a su vez, por un conjunto de *actividades*, aunque generalmente hay alguna actividad central alrededor de la cual se planifican las demás (Tabla 1).

Unidad didáctica	Secuencia 1	Clase 1	Actividad 1
			Actividad 2
		Clase 2	Actividad 3
			Actividad 4
	Secuencia 2	Clase 3	Actividad 5
			Actividad 6
		Clase 4	Actividad 7
	Secuencia x	Clase x	Actividad x
		Clase x	Actividad x

Tabla 1: Ejemplo de estructura de unidad didáctica. La cantidad de secuencias, las clases y las actividades pueden variar. Elaboración propia.

Lo que convierte a las actividades en *útiles* es su organización y secuenciación a lo largo de un proceso diseñado especialmente para promover el aprendizaje de los estudiantes.

Sanmartí Puig (2002) afirma que para la selección y secuenciación de las actividades que conforman una SD (secuencia didáctica), se deben considerar criterios que favorezcan la construcción de ideas en los y las estudiantes y, además, que sean coherentes con la actividad científica. En función de esto, las agrupa en:

A. Actividades de iniciación y exploración (AIEAS), de planteamiento de problemas o hipótesis iniciales

Son actividades que tienen como objetivo facilitar que los y las estudiantes definan el problema a estudiar y que expliciten sus representaciones.

Han de ser actividades interesantes para los estudiantes, que promuevan el planteamiento de preguntas o problemas de investigación significativos y la comunicación de los distintos puntos de vista o hipótesis. También se caracterizan por promover el análisis de situaciones simples y concretas, cercanas a los contextos e intereses de los y las estudiantes.

B. Actividades para la promoción de la evolución de los modelos iniciales (AEM), de introducción de nuevas variables, de identificación de otras formas de observar y de explicar, de reformulación de los problemas

Las actividades de este tipo están orientadas a favorecer que el estudiante pueda identificar nuevos puntos de vista en relación con los temas objeto de estudio, formas de resolver los problemas o tareas planteadas, atributos que le permitan definir los conceptos, relaciones entre conocimientos anteriores y los nuevos. En todas estas actividades será fundamental la discusión y cooperación dentro del grupo-clase. Su finalidad es que los y las estudiantes reflexionen –individual y grupalmente– acerca de la consistencia de sus hipótesis, percepciones, actitudes, formas de razonamiento o modelos iniciales.

Algunas actividades en esta línea pueden ser: las experimentaciones, la modelización, las analogías, la incorporación de nueva información por medios bibliográficos o soportes digitales. Es importante que los y las estudiantes enriquezcan su visión inicial del problema y puedan explicarlo.

C. Actividades de síntesis (AS), de elaboración de conclusiones, de estructuración del conocimiento

Este tipo de actividades deben favorecer que los y las estudiantes expliciten qué están aprendiendo, cuáles son los cambios en sus puntos de vista, sus conclusiones. Son actividades que promueven la abstracción de las ideas importantes, formulándolas de manera descontextualizada y general.

Es substancial que en la planificación de las actividades de síntesis se tenga en cuenta que cada estudiante debe encontrar su propia forma de expresar sus conocimientos. No es recomendable dar síntesis, definiciones o esquemas ya elaborados.

D. Actividades de aplicación (AA), de transferencia a otros contextos, de generalización

Este tipo de actividades están orientadas a transferir los conocimientos a situaciones diferentes y más complejas que las iniciales. Pueden ser actividades en las que los y las estudiantes se planteen problemas, pequeños proyectos o investigaciones hasta entonces no desarrollados. Deberían ser actividades que den inicio a un proceso de aprendizaje distinto y posibiliten el planteamiento de nuevas preguntas e interrogantes.

E. Actividades de evaluación (AE)

Las actividades de evaluación final tienen por objetivo identificar los resultados obtenidos al final de un proceso de enseñanza/aprendizaje. A través de ellas, los y las estudiantes pueden valorar el resultado de su trabajo, y los y las docentes valorar la calidad del diseño de la unidad didáctica aplicada y de su actuación.

Es importante elaborar instrumentos que posibiliten comparar la situación inicial con la final. Para reconocer si los aprendizajes son significativos, las preguntas planteadas en las actividades de evaluación no deberían reproducir de forma idéntica otras planteadas en clase con anterioridad. Deben dar la posibilidad de comprobar si los y las estudiantes saben aplicar o transferir sus nuevos conocimientos a la interpretación de situaciones nuevas.

Un desglose de las particularidades de cada actividad las presentamos a continuación (Figura 1):.

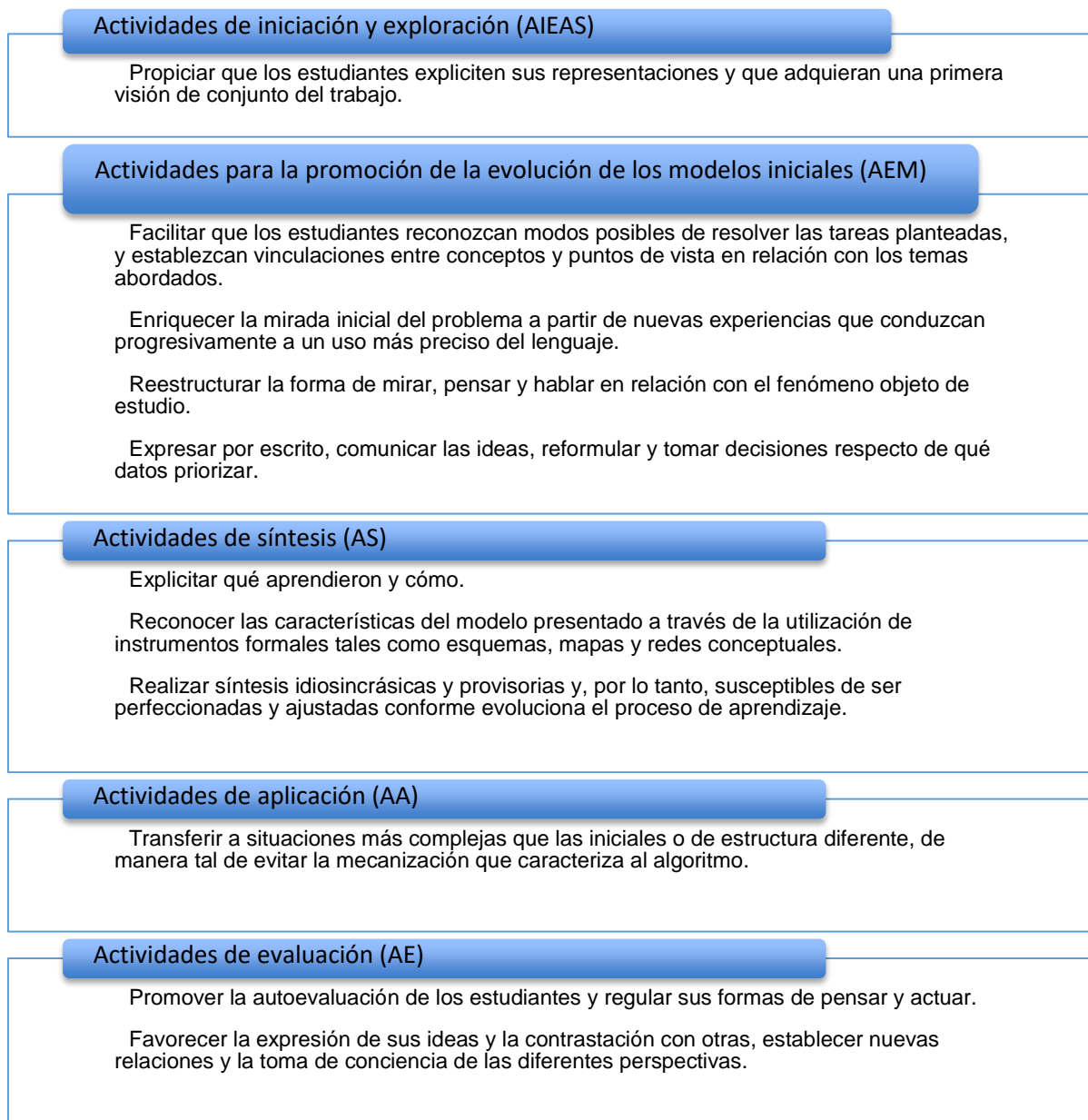


Figura 1. Particularidades de las actividades que forman parte de la secuencia didáctica (SD). Adaptado de Sanmartí Puig, (2002)

La hoja de ruta. Una herramienta para la elaboración de una SD

Una herramienta práctica que permitiría ordenar una SD de forma gráfica y que posibilitaría organizarnos de una forma más “visual” es la sistematización mediante lo que llamaremos “hoja de ruta”. A manera de “mapa” que nos guía en el camino del contenido que queremos enseñar, podemos elaborar un cuadro como el que se muestra a continuación (Tabla 2).

Clase n.º	Actividad n.º	Nombre de la actividad	Tipo	Objetivo	Detalles de la acción
1	1	Lluvia de ideas: Las plantas	AIE	Que los estudiantes expresen sus concepciones alternativas sobre las plantas	Se propone un problema a la clase para que mediante lluvia de ideas los y las estudiantes expresen sus concepciones previas sobre las plantas
1	2	...	AEM

Tabla 2: Hoja de ruta de una secuencia didáctica. Actividades de iniciación y exploración (AIE); Actividades para la promoción de la evolución de los modelos iniciales (AEM). Elaboración propia.

Algunas claves para sintetizar:

- Las actividades “sueltas” como acciones aisladas no conforman una secuencia didáctica.
- Para elaborar las actividades deben tenerse en cuenta los objetivos que nos propusimos lograr y el contenido que pretendemos enseñar.
- Es fundamental tener en cuenta la finalidad didáctica.
- Esta clasificación de actividades no implica que el proceso de enseñanza se reduzca a la aplicación mecanicista de las actividades en el orden señalado.
- En una misma hora de clase se pueden combinar momentos de actividad con finalidades didácticas variadas; y, al mismo tiempo, dichas actividades se pueden considerar parte de un ciclo más general.

A modo de cierre

Planificar un proceso de enseñanza con el fin de que todos los estudiantes aprendan es una tarea muy compleja que requiere reflexión por parte de los docentes sobre múltiples y diversos aspectos: con qué objetivo enseñamos, qué contenidos, en qué orden, mediante qué actividades, cómo evaluamos y cómo gestionamos el aula. Además, puesto que cada grupo-clase es diferente (lo son los estudiantes, el profesorado, los materiales didácticos de los que se puede disponer y, en general, todo el contexto), es difícil que materiales diseñados por otros puedan aplicarse sin más en un aula, por lo que todos los enseñantes debemos ser, en mayor o menor grado, “creadores” de unidades didácticas.

A pesar de la dificultad que esto conlleva, en realidad es este hecho el que confiere interés a nuestra profesión. Si se quiere que todos los estudiantes aprendan, no se puede caer en la rutina ni en la aplicación mecanicista de libros de texto o similares. Lo más interesante de la profesión docente es que la tarea por realizar es tan compleja, que constantemente tenemos aspectos para trabajar y mejorar. Ser un buen profesional de la enseñanza significa que siempre se debe estar dispuesto a innovar y a investigar nuevas formas de trabajo en el aula.

Referencias

- Caamaño, A. (2013). Hacer unidades didácticas: Una tarea fundamental en la planificación de las clases de ciencias. *Alambique. Didáctica de Las Ciencias Experimentales*, 74.
- Couso, D. (2011). Las secuencias didácticas en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias: modelos para su diseño y validación. In *Didáctica de la física y química*.
- Couso, D. (2013). La elaboración de unidades didácticas competenciales. *Alambique. Didáctica de Las Ciencias Experimentales*, 74.
- Marchán-Carvajal, I., & Sanmartí, N. (2015). Criterios para el diseño de unidades didácticas contextualizadas: aplicación al aprendizaje de un modelo teórico para la estructura atómica. *Educación química*, 26(4), 267-274.
- Sanmartí Puig, N. (2001). El diseño de unidades didácticas. In F. Perales & P. Cañal de León (Eds.), *Didáctica de las ciencias experimentales*. Alcoy.
- Sanmartí Puig, N. (2002). *Didáctica de las Ciencias en la Educación Secundaria Obligatoria*. Síntesis.
- Sanmartí Puig, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. In D. Couso, E. Cadillo, G. Perafán E., & A. Adúriz-Bravo (Eds.), *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas* (pp. 13–55). Editorial Magisterio.
- Stone Wiske, M. (1999). ¿Qué es la Enseñanza para la Comprensión. In M. Stone Wiske (Ed.), *La Enseñanza para la Comprensión*. Paidós.



Decisiones profesionales en torno a las orquestaciones de recursos digitales para la enseñanza de la matemática: un estudio en los inicios universitarios.

Leonardo Lupinacci, *Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche- Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET*

Hugo Chamorro, Gustavo González, Liber Aparisi, *Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche*

Resumen

Este trabajo propone reflexionar acerca de la integración de recursos digitales en la enseñanza de la matemática. En particular en el ámbito de los inicios universitarios durante el contexto de virtualidad forzada desarrollado a partir del mes de Marzo del año 2020 en función de la pandemia originada por el COVID 19. Sobre esta base se analiza el trabajo de un colectivo docente en relación con la apropiación e implementación de recursos, caracterizada en términos de orquestaciones. El análisis ha permitido evidenciar algunas características de tales orquestaciones y su relación con los conocimientos y actividad profesional de las y los docentes, los que se ponen de manifiesto a partir de sus decisiones. En este texto nos centraremos en dos de esas características que denominamos “modificaciones implementadas por las y los docentes”, y “silencio orquestal”.

Palabras clave: Enseñanza de la Matemática - Inicios Universitarios – Orquestación - Recursos digitales -Educación virtual

Abstract

This paper proposes to reflect on the integration of digital resources in the teaching of mathematics. In particular in the field of university beginnings during the context of forced virtuality developed from March 2020 depending on the pandemic caused by the COVID 19. On this basis, the work of a teaching group in relation to the appropriation and implementation of resources, characterized in terms of orchestrations, is analyzed. The analysis has allowed to show some characteristics of such orchestrations and their relationship with the knowledge and professional activity of the teachers, which are evident from their decisions. In this text we will focus on two of these characteristics that define us as “modifications implemented by the teachers”, and “orchestral silence”.

Keywords: Teaching Mathematics, University Beginnings, Orchestration, Digital resources, Virtual education

Introducción

El presente trabajo propone caracterizar las prácticas de enseñanza de la matemática en los inicios universitarios, en el contexto de virtualidad forzada (Almirón et. al., 2020) generada por el aislamiento social, preventivo y obligatorio dispuesto en marzo 2020. En particular, nos centraremos en las prácticas virtuales desarrolladas por el equipo docente de Matemática Inicial (MI) de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ). Esta materia pertenece al Ciclo Inicial de la Universidad, conformado por cuatro materias cuatrimestrales –Matemática Inicial, Taller de Lectura y Escritura, Problemas de Historia Argentina y Prácticas Culturales- comunes a todas las carreras de la casa de estudios.

El equipo docente de MI está conformado por un grupo heterogéneo de alrededor de 70 profesores y profesionales que realizan docencia, quienes trabajan sobre la base de materiales y lineamientos comunes establecidos por una coordinación. Los materiales incluyen, además de un programa y cronograma en común, un libro de la materia, así como guías de actividades y documentos específicos destinados a las y los docentes con sugerencias de trabajo a partir de los materiales.

La materia se estructura a partir de cuatro potencias (Villella, 2014): álgebra (la potencia de lo simbólico), geometría (la potencia del espacio), funciones (la potencia de las variaciones) y estadística (la potencia de la incertidumbre), consideradas como ejes centrales de una concepción de la matemática que no solamente se centra en aspectos calculatorios, sino que ahonda en el trabajo de la comprensión matemática a partir de sus aspectos semánticos.

A partir de esta propuesta, las clases de MI se desarrollaron hasta 2019 en un contexto netamente presencial. No obstante, como proyecto piloto que fue escalando desde el año 2015, un 20% de las comisiones contaban en 2019 con un aula virtual extendida. Esta aula se trata de un espacio virtual desarrollado en la plataforma Moodle, donde las y los estudiantes cuentan con actividades de profundización y oportunidades de intercambio, respecto de lo trabajado en las instancias presenciales.

En el contexto de pandemia, al igual que las otras materias de UNAJ, MI fue completamente virtualizada a través del entorno Moodle. Este formato, que se extendió durante 2020 y 2021, estaba formado por un aula con actividades y materiales comunes para las 110 comisiones existentes. Dentro de la misma aula, cada docente desarrolló sus prácticas a través de las interacciones que generó con los y las estudiantes de su comisión a través de foros, mensajería –definidos institucionalmente- y otros canales alternativos que cada docente dispuso integrar –por ejemplo, video conferencias-.

El aula, y los recursos que en ella se encontraron disponibles, estuvo diseñada por la coordinación de la materia y por el equipo docente que ya venía trabajando desde 2015 en el contexto de aulas virtuales extendidas (un subgrupo de las y los docentes de MI denominado “Equipo UNAJ virtual”). Además, se les brindó capacitación entre pares, acompañamiento y documentos ad hoc al resto del plantel docente, puesto que para un gran porcentaje esta constituyó su primera experiencia de docencia en entornos virtuales. Y sobre esa experiencia se orientó el presente estudio.

Marco de referencia y metodología

Definimos orquestación (Trouche, 2003) como la organización intencional y sistemática de los recursos por parte de las y los docentes. Esta orquestación busca dotar de sentido a las conceptualizaciones que las y los estudiantes realizan a partir del uso que hacen

de los recursos en el aula (Lupinacci, 2021). Involucra el acompañamiento de las y los estudiantes para la construcción de conceptos y procedimientos.

Estas orquestaciones suponen la toma de decisiones profesionales en momentos previos y durante la clase, ya que las mismas suponen una *configuración didáctica* –en cuanto a la selección y organización de los instrumentos a utilizar en la clase-, una *explotación didáctica* –en relación con las tareas y roles asignados a los instrumentos para lograr un uso fructífero de ellos- y una *actuación didáctica* –vinculada con las decisiones ad-hoc que toma el docente durante el desarrollo de la clase-. Las características de las clases analizadas –con recursos seleccionados y diseñados por la coordinación de la materia- implican centrar el análisis de las prácticas en la explotación y actuación didáctica (figura 1).

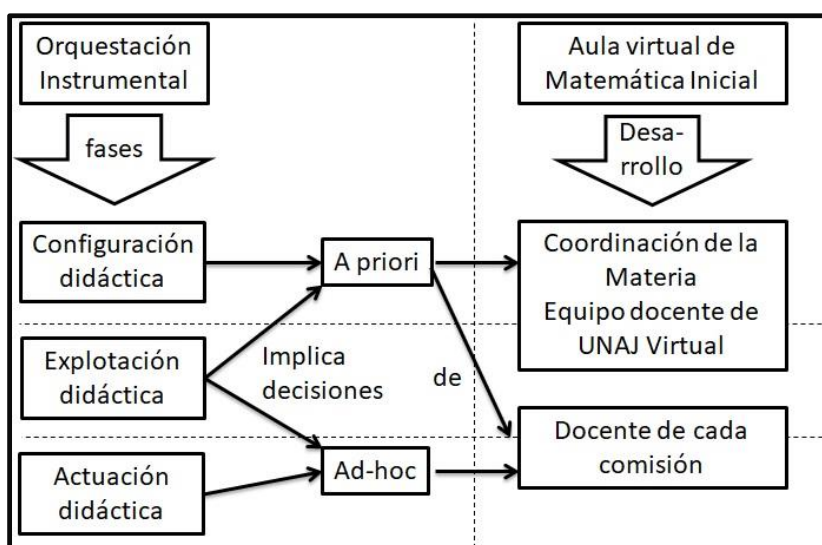


Figura 1: Dimensión temporal de las orquestaciones y toma de decisiones sobre su diseño. Fuente propia.

Por otro lado, el diseño de estas orquestaciones no depende de forma exclusiva de las características de los recursos puestos en juego, ya que el hecho de que cierto recurso esté disponible, no implica que el mismo forme parte del sistema de recursos del profesor. Como advierten Guedet y Trouche (2008), desde la perspectiva teórica del Enfoque Documental de la Didáctica, el proceso de integración de recursos por parte de las y los docentes, se da en relación con su sistema de conocimientos profesionales. De modo que esta relación impacta –y es impactada- en las actividades profesionales que tales docentes realizan, como es el caso de la orquestación que analizaremos.

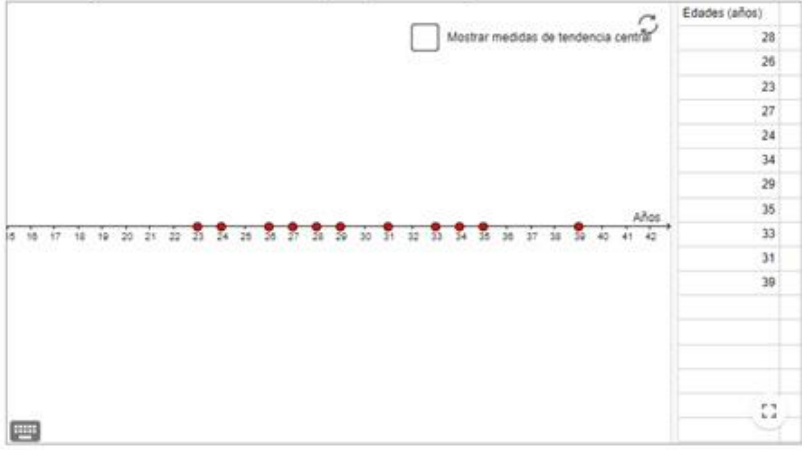
Sobre esta base, se ha seleccionado para el análisis una actividad presente en el aula virtual de MI. Se trata de un recurso diseñado originalmente en el marco de la investigación y destinado a ser implementado en aulas extendidas –aulas virtuales antes mencionadas que acompañaban la presencialidad- de algunas comisiones de la materia. El contexto de pandemia y la necesidad de virtualización supuso un incidente que implicó la evolución del recurso (Bifano, 2017) para ser implementado en el devenir de las clases virtuales en todas las comisiones. Evolución que se relaciona con la ampliación y reformulación de algunas consignas en relación con la utilización general del recurso.

El recurso se basa en una aplicación interactiva desarrollada con el software dinámico GeoGebra, insertada en un foro (figura 2). Invita a manipular valores en tiempo real para el estudio de las relaciones existentes entre dicho conjunto de valores numéricos y las En Clave Didáctica. Revista de Investigación y experiencias Didácticas

medidas de tendencia central. Así, es posible modificar mediante el “arrastre” la posición de los puntos y su valor numérico asociado, proponiendo analizar conceptualmente el impacto de los distintos valores en las medidas de tendencia central del conjunto de datos. Sobre esta base y posterior a la exploración, se plantea discutir con las y los estudiantes sobre distintos interrogantes asociados a las medias implicadas.

A continuación, te proponemos explorar un problema interactivo para profundizar tus conocimientos en torno a las medidas de tendencia central. Tené en cuenta:

- Cada punto de la recta representa la edad de un miembro de un grupo de 11 personas.
- La idea es que varíes las edades moviendo los puntos y observes lo que sucede con la media aritmética, la mediana y la posible existencia de modas de este conjunto de datos.



Te proponemos algunas preguntas para comentar en un foro, pero también podés comentar lo que te llamó la atención, si el uso de esta aplicación te generó alguna pregunta o lo que quieras preguntar.

- ¿Es posible que media, mediana o moda sean menores que la menor edad del grupo (o mayores que la mayor)?
- Variando los valores, ¿te es posible lograr que media aritmética, mediana y una única moda coincidan?
- La media aritmética, ¿coincide con algún valor del conjunto o podría coincidir?
- La mediana, ¿coincide con algún valor del conjunto o podría coincidir? ¿Esto es así para cualquier cantidad de valores?

Figura 2: Recurso implementado¹. Fuente: Aula Virtual de MI - UNAJ

En un documento de trabajo de circulación interna en el grupo docente de MI, con autoría de su coordinación, se amplía el propósito aludido: (...) *las preguntas del foro proponen ir un poco más allá de los aspectos calculatorios tratando de analizar, por ejemplo la influencia o no del orden para un promedio y del “peso” de los valores extremos según la cantidad de valores de la colección. (...) la actividad de simulación con GeoGebra busca profundizar estas reflexiones apoyados en el potencial interactivo de la misma.*

Luego del desarrollo de las clases donde dicho recurso fue implementado, se solicitó desde el equipo de investigación permiso a cada docente para acceder a los foros de su comisión, explicitando los objetivos del estudio. La totalidad del plantel docente accedió a ese pedido.

Mediante el análisis pormenorizado de las interacciones entre docentes y estudiantes en los foros, se han identificado algunos casos paradigmáticos de orquestaciones.

¹ La imagen estática se corresponde con la aplicación interactiva disponible en <https://www.geogebra.org/material/iframe/id/gpfr4zk3>

Análisis que han sido complementados con entrevistas –voluntarias- a las y los docentes implicados, con el propósito de explicitar las decisiones vinculadas con algunos elementos considerados para el desarrollo de tales orquestaciones. Estas entrevistas son del tipo auto-confrontación (Moscato, 2016): se elaboraron para cada entrevistado particular, en función de los elementos que se desprendían de sus foros, orientándose a la retrospcción acerca de la clase, para reflexionar y argumentar acerca de las decisiones mencionadas.

Presentación y análisis de los datos

El análisis de las interacciones ha permitido evidenciar distintos tipos de explotaciones didácticas del recurso identificados en estudios previos (Trouche, 2003, Drijvers y otros, 2010), tales como la integración de recursos complementarios, la recurrencia a explicaciones técnicas o a desarrollos basados en las relaciones entre lo que permite la aplicación y los procedimientos habituales en lápiz y papel. Además, se han evidenciado algunas características que podrían asociarse con el carácter asincrónico de la propuesta y, a su vez, con el carácter “pre-configurado” de la orquestación por parte de la coordinación. Nos referimos a:

- las *modificaciones* en la tarea propuesta originalmente y/o en los modos de participación de las y los estudiantes;
- el *silencio orquestal* o ausencia de comentario o sugerencia docente respecto del uso del recurso.

Caracterizamos estos elementos a partir de lo analizado en los foros y de la retroalimentación obtenida de las y los docentes en las entrevistas.

Modificaciones en las propuestas de participación

Analizamos en este apartado las acciones de Guido y Margarita².

Guido manifiesta que el desarrollo de sus clases durante el primer cuatrimestre 2020 constituyó su primera experiencia docente virtual. En el análisis del foro destaca la forma de participación de las y los estudiantes: seguidamente a la consigna original, Guido solicita a las y los estudiantes de sus comisiones que acompañen las respuestas con una captura de pantalla de la aplicación. Esta captura tiene que apoyar, los desarrollos realizados. Podemos caracterizar esta acción de Guido, como la búsqueda de una “explicación de la pantalla” (Drijvers y otros, 2010). El pedido responde a clarificar lo que se está haciendo, para el resto de las lectoras y lectores del curso.

En el devenir del foro y a medida que las y los estudiantes participan, Guido va proponiendo a sus estudiantes otras modificaciones en las pautas de participación. Por ejemplo, luego de la primera “tanda” de respuestas, les propone:

- compartir las respuestas sí y sólo si estaban elaboradas previamente a leer el mensaje;
- responder sobre una respuesta de algún compañero con la cual se esté de acuerdo ampliando los desarrollos o los ejemplos;
- indicar alguna respuesta con la que no se esté de acuerdo y argumentar el por qué.

² Los nombres utilizados en el texto son ficticios, en función de los acuerdos establecidos con los docentes entrevistados.
En Clave Didáctica. Revista de Investigación y experiencias Didácticas

Para finalizar, realiza un cierre parcial sobre la base de las producciones y plantea nuevas preguntas basadas también en la interacción con la aplicación.

En la relectura conjunta del foro que hicimos con Guido durante su entrevista, precisa que *las modificaciones* implementadas, están relacionadas con su formación: *“lo había experimentado en la especialización³, porque había preguntas así. Estaba interesante cuando lo hice como alumno y me parecía que movilizaba acá algo diferente.”* Reflexionando sobre sus dichos, se pueden leer aspectos de la concepción de enseñanza y aprendizaje como motor del diseño de la orquestación: *“cambiaba un poquito para generar una cuestión que los invitara a leer lo anterior. (...). Que cuando entraran se encontrarán con que el profesor no lee solamente y dice si está bien o mal, sino que repregunta. (...).”*

Los intercambios realizados evidencian que la inclusión de las modificaciones, son parte constitutiva de la explotación didáctica en cuanto a elementos planificados a priori. A su vez, las nuevas preguntas específicas que se abren en algunos de esos cambios, pertenecen al ámbito de la actuación didáctica, en tanto se basan en las respuestas brindadas por las y los estudiantes.

La orquestación aquí descrita puede ser conceptualizada en términos de *coherencia* de la construcción didáctica a partir de un recurso (Aldon, Font & Gardes, 2018). Esta coherencia está dada por las posibles bifurcaciones –modificaciones- en el diseño de la orquestación. El concepto *coherencia* no supone un sesgo valorativo de la calidad de la orquestación, sino una focalización en las bifurcaciones en tanto las mismas pueden converger o divergir respecto de los propósitos originales del recurso en su creación.

Margarita, plantea una orquestación destinada a respuestas directas por parte de las y los estudiantes, sobre las cuales interviene individualmente cuando las considera correctas o incorrectas. Se trata de modificaciones realizadas a los modos de participación, que dan cuenta de una bifurcación que diverge de los propósitos originarios del recurso.

Puede leerse en uno de los foros orquestados por Margarita: *“No es necesario que escriban tanto, se pierde la esencialidad del ejercicio, la idea es que interactúen con el GeoGebra y lo que ven allí comentarlo, en forma sintética.”*

Estas intervenciones que obturan la discusión y el intercambio, pueden asociarse también a experiencias previas, pero particularmente a aspectos relacionados con la concepción de la enseñanza de la matemática y en particular del uso de los foros virtuales –convertidos aquí en el espacio donde subir respuestas a un *ejercicio*-.

Silencio orquestal

El “silencio orquestal” alude a las situaciones donde existe nula o muy escasa interacción de las y los docentes en los foros. Los análisis realizados se orientan a la búsqueda de razones no triviales –como pudieran ser problemas personales o de conectividad- en relación con este fenómeno. Para describir mejor a este tipo de silencio, analizamos los foros de Darío, Camilo y Candela.

En el foro orquestado por Darío, su intervención es prácticamente nula. Existe una consulta técnica de una estudiante respecto del uso de la aplicación a la que el docente responde *“a mí se me hace imposible guiarte desde acá”*. En el foro de la misma

³ Se refiere al posgrado de Especialización en la Enseñanza de la Matemática para el Nivel Secundario, el cual ha cursado luego de su formación docente inicial.

actividad, perteneciente a la cursada del cuatrimestre siguiente, Darío responde con la incrustación de audios las consultas realizadas, comentando también una a una las producciones y realizando una integración final mediante el uso del mismo recurso.

Darío reflexiona sobre estos cambios, luego de la relectura de los foros: *“(...) era todo tan nuevo, creo que lo que hice fue poner una visera... y vamos. Y que salga como salga. (...). En el segundo cuatrimestre lo que hago, porque eso lo aprendo después con el transcurso del tiempo, interactuaba con los estudiantes a partir de audios. Ahí pude interactuar como docente. En la primera mitad de año no lo pude hacer. (...) Tengo que hacer un esfuerzo para recordar lo que hice en ese primer cuatrimestre del 2020. Así que como me tenía que adecuar a la modalidad virtual, me tenía que adecuar también al campus de la UNAJ (y de otras instituciones). Tenía que aprender una serie de recursos que no estaban en mi haber.”*

Respecto al uso de los audios como recurso menciona: *“Me permitía agilizar tiempos (...), podía usar algo más coloquial al hablar, que me parece que la escritura no te lo permite. Cuando me pongo a escribir no suelo ser tan coloquial, y notaba que le ponía más distancia al alumno. Y yo trataba de acortar esa distancia. (...) Me imaginaba hablándole a un estudiante y eso me sirvió mucho más”.*

Emerge en este punto la disponibilidad y apropiación de los recursos como un factor condicionante para el desarrollo de las orquestaciones. Si bien las y los docentes contaron con una capacitación previa ad-hoc y un acompañamiento permanente en función de la virtualidad forzada, lo expuesto en este caso da cuenta de la no inmediatez de la apropiación de los recursos al sistema individual de recursos docente. Esta cuestión se sustenta también en la idea de *“inercia de la práctica docente”* que destaca Darío en la entrevista, en relación con el desarrollo de sus clases virtuales al inicio del cuatrimestre.

Tal es el caso de los foros orquestados por Camilo, que permiten evidenciar una única intervención final de características generales y extensión acotada. Después de establecer como correctas las respuestas brindadas por las y los estudiantes, puede leerse: *“Les recuerdo que aquí no se dictan las clases, ustedes deben responder según lo entendido o comprendido en las clases leídas”*, lo que evidencia elementos pertenecientes a la concepción de enseñanza –y en particular enseñanza virtual- como motores del silencio orquestal

En su entrevista, Camilo comenta como orquesta sus clases virtuales, comenzando por la invitación a la lectura de los textos generales disponibles en el aula para todas las comisiones, continuando con videos teóricos explicativos desarrollados por él para sus comisiones y cerrando con la propuesta de resolución de las actividades presentes en el aula –también algunas sumadas por él referidas a la temática-.

Entonces, *“la clase”* para Camilo está dada por materiales de la cursada y desarrollos teóricos presentados en sus videos –que incluyen además resoluciones de ejercicios-. Las propuestas incluidas en foros parecieran constituirse en actividades de aplicación donde sólo debe compartirse la resolución para su constatación.

En los foros de Candela, aparece la inclusión en la orquestación de otros recursos por fuera de lo institucional. En una de sus comisiones respondió a intervenciones de las y los estudiantes e incluso interactuó con consignas adicionales. Mientras que en su otra comisión, luego de la apertura del foro, no volvió a intervenir.

Candela argumenta que existe diferencia en cómo gestiona los foros, en relación con las características de cada comisión: *“una de las comisiones era más autónoma y la otra*

requería más apoyo". Su práctica estuvo mediada por recursos externos al campus virtual institucional. Comenta que se comunicaba con sus grupos mediante algunos encuentros sincrónicos (en los que participaban el 20% de las y los estudiantes de las comisiones) y, principalmente, a través de un grupo de Whatsapp, donde enviaba mensajes y videos propios, explicando y resolviendo algunas actividades. En palabras de Candela *"el Whatsapp era más clase que el foro"*. En efecto, *"la clase"* ocurría mayormente de manera externa al campus. Las participaciones de las y los estudiantes en el foro, compartiendo las respuestas, eran concebidas por Candela un requisito formal para la acreditación de la cursada. Precisamente la decisión de no hacer devoluciones ni intercambios en el foro respondió a que ya las había realizado a través del servicio de mensajería y/o en el encuentro sincrónico, decidiendo intervenir solamente en el foro de la comisión que a su criterio requería más apoyo.

Así, este caso constituye un silencio del recurso institucional, pero no un silencio orquestal dado que el foro fue reemplazado por otros recursos. Seleccionados por la docente tanto en relación con sus concepciones de enseñanza, como en relación con su disponibilidad de recursos para su actividad profesional.

A modo de cierre

Se han presentado algunos casos que han permitido evidenciar decisiones profesionales respecto a la orquestación de recursos digitales. Algunos elementos han emergido como influyentes en tales decisiones –sistemas de recursos individuales disponibles, concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje, experiencias previas como docentes y estudiantes-, los que a su vez dan pie a la constitución de orquestaciones diversas, que ponen de relieve la complejidad de tales procesos.

Particularmente se ha podido evidenciar:

- La variabilidad de orquestación de un mismo recurso, en cuanto a que puede ser explotado didácticamente de maneras diferentes, incluso con bifurcaciones que divergen del sentido original del recurso.
- La influencia de la concepción acerca de la enseñanza de la matemática –que emerge como la caracterización de *"la clase"*- en el diseño e implementación de las orquestaciones. Generando bifurcaciones del recurso original que van desde la potenciación de la exploración, reflexión y discusión, hacia utilidades como ejercicio de aplicación.
- El carácter no inmediato de la apropiación de los recursos por las y los docentes, más allá de la existencia de capacitaciones previas y/o acompañamiento. Siendo que el recurso se encuentra realmente disponible cuando se articula con sus conocimientos y actividad profesional.
- La transformación de los recursos en relación con dicha actividad profesional, generando orquestaciones que adecúan su uso con la actividad docente. Elemento que puede ilustrarse con la idea de *"inercia de la práctica docente"* y con las concepciones acerca de la propia práctica. Las intervenciones y discusiones escritas no eran parte original de muchas y muchos docentes en su actividad profesional habitual, diseñando entonces una orquestación –a partir de recursos disponibles- que transforme el recurso, sumándole aristas más cercanas con dicha actividad.

En el desarrollo de la investigación se continúa actualmente con análisis y entrevistas, a fin de ampliar la comprensión sobre los fenómenos aquí mencionados y caracterizar

otras modalidades de orquestaciones. En particular en la distinción acerca de la utilización de estrategias generales basadas en experiencias previas y concepciones de las y los docentes; así como también aquellas que se centran en lo específico del conocimiento que emerge de la actividad en concreto.

Bibliografía

Aldon, G., Front, V., Gardes, M. (2018). Between designing and use, how to address the question of resource's coherence? En: Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S. & Trouche, L. (2018). *Proceedings of the Re(s)ources 2018 International Conference*. Re(s)ources, May 2018, Lyon, France. Pp 143-146.

Almirón, A., Bifano, F., Cabaña, L., & González, K. (2020). Clases virtuales en el ingreso universitario: la emergencia en la construcción de sentido. *Trayectorias Universitarias*, 6(10), 022. <https://doi.org/10.24215/24690090e022>

Bifano, F. (2017). ¿Cómo evolucionan los recursos para la enseñanza? Análisis del caso de un recurso para enseñar funciones con GeoGebra, a partir de la identificación de incidentes documentales. En: Fioriti, G. (comp.) (2017). *Recursos tecnológicos en la enseñanza de Matemática*. Buenos Aires: Miño y Dávila – UNSAM Edita. Pp: 61-68.

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 213–234.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques, *Education et didactique* 2(3), 7-33.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218

Lupinacci, L. (2021). Entre lo conceptual, lo epistemológico y lo didáctico: interacciones con software de Geometría Dinámica para estudiar integrales. En: Ferragina, R. (ed). (2021). *Cuatro estudios didácticos para la formación de docentes de matemática*. Buenos Aires: Miño y Dávila – UNSAM Edita.

Moscato, P. (2016). La entrevista de autoconfrontación como un dispositivo facilitador de aprendizaje y mejora en la formación docente. En Pereira, A., Moscato, P., Calderón, L. y Oviedo, M. (2016) *Análisis de las prácticas docentes desde la didáctica profesional*. Buenos Aires: UNIPE: Editorial Universitaria. (pp. 27-38)

Trouche, L. (2003). *Construction et conduit des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations*. Document pour l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris VII. Edition de l'IREM, Université Montpellier II.

Villella, J., Ferragina, R., Lupinacci, L., Bifano, F. y Almirón, A. (2014). *Encuentros matemáticos de tipos múltiples*. Florencio Varela: Universidad Nacional Arturo Jauretche.



Mandalas como recurso para la enseñanza de la geometría en la escuela secundaria

Susana Gómez, *Licenciada en Ciencias Físicas. Docente de Matemática.*

Victoria Güerci, *Especialista y Licenciada en Enseñanza de las Ciencias, con orientación en Matemática. Profesora de Matemática y Matemática Aplicada.*

Resumen

Presentamos una experiencia didáctica implementada en el Nivel Secundario para la enseñanza de la determinación de puntos que cumplen condiciones como lugares geométricos en el plano organizada según las fases del Modelo Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 2012). El análisis didáctico de las decisiones que la docente implementó en la experiencia se construye por medio de la investigación colaborativa (Bednarz, 2017). Analizamos mediante el Enfoque Documental de lo didáctico (Trouche et al., 2020) la variedad de recursos que convergen en el aula con el objeto que las y los estudiantes se apropien de los contenidos a estudiar. El acercamiento entre el mundo de la investigación y el de la práctica docente, nos permite, tanto, una expansión de la red de significados de la Geometría como objeto de estudio en el Nivel Secundario, como, la explicitación y comprensión de las prácticas profesionales de la docente cuando enseña Geometría en interacción con un sistema de recursos.

Palabras Clave: Enseñanza de la geometría - Investigación colaborativa - Modelo Van Hiele - Enfoque Documental - Recursos.

Summary

We present a didactic experience implemented at the Secondary Level for teaching the determination of points that meet conditions such as geometric places in the plane organized according to the phases of the Van Hiele Model (Gutiérrez y Jaime, 2012). The didactic analysis of the decisions that the teacher implemented in the experience is built through collaborative research (Bednarz, 2017). We analyze through the Documentary Approach of the didactic (Trouche et al., 2020) the variety of resources that converge in the classroom in order that the students appropriate the contents to study. The approach between the world of research and that of teaching practice allows us, both, an expansion of the network of meanings of Geometry as an object of study at the Secondary Level, as well as the explanation and understanding of the professional practices of the teacher when teaching Geometry in interaction with a system of resources.

Keywords: Teaching geometry - Collaborative research - Van Hiele model - Documentary approach - Means.

Introducción

Encuentro de intereses

El objeto de este artículo es presentar una experiencia didáctica realizada en el año 2016 para la enseñanza de contenidos de Geometría en el Nivel Secundario. El análisis didáctico de las decisiones de la docente que llevó a cabo la experiencia se construye por medio de la investigación colaborativa (Bednarz, 2017). Se trata de una interpretación compartida entre investigadora y docente. El origen de la demanda viene de las preocupaciones de la docente, que se sitúan dentro de las propias demandas de la investigación en Educación Matemática: que las y los estudiantes, en comunidades de aprendizaje, se apropien de los contenidos a estudiar en Geometría en el Nivel Secundario mediante un proceso de reconstrucción de sus atributos en orden a elaborar un proyecto de trabajo que se sustente en un entramado de conceptos y relaciones. Así, en el encuentro entre las voluntades del mundo de la investigación y el de la práctica profesional, se re-sitúa el proyecto inicial de la docente, que evoluciona presentando un doble interés: la explicitación y comprensión de las prácticas profesionales docentes cuando enseñan Geometría.

Un marco conceptual para comprender a la Geometría como objeto de estudio en el Nivel Secundario

La mayoría de los conceptos geométricos que se enseñan en el Nivel Secundario refieren al estudio de las propiedades espaciales de figuras abstraídas del mundo concreto de objetos físicos. El problema didáctico radica en cómo se construye en el aula la justificación de la validez de esas propiedades geométricas. Habitualmente, en la clase de geometría escolar, las y los estudiantes y también algunas y algunos docentes, otorgan carácter de demostración a la enunciación o la representación gráfica de ejemplos. Esta situación invisibiliza procesos de pensamiento axiomático característicos de la Geometría y puede llevar a generalizar como verdades enunciaciones falsas.

La tensión entre los componentes gráficos y verbales presente en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Geometría escolar se puede entender por el modelo desarrollado por el didacta Shlomo Vinner (Gutiérrez y Jaime, 2012). Según este modelo, la construcción de un concepto geométrico se da en la interacción entre la *imagen del concepto* y la *definición del concepto*, interacción mediada por *operaciones mentales y físicas*. Cuando leemos o escuchamos el nombre de un concepto conocido, se estimula nuestra memoria y se evoca la *imagen del concepto*, que raramente es la definición del concepto, sino un conjunto de representaciones visuales, imágenes, impresiones o experiencias. Mientras que la *definición del concepto* es la atribución de características que le damos a un objeto matemático y que enunciamos verbalmente cuando se nos pregunta qué es. Sin embargo, tanto la *imagen* como la *definición* que cada persona construye de un concepto matemático puede no coincidir con su conceptualización matemática e incluso pueden no ser coincidentes la *imagen* mental con la *definición* verbalizada.

La interacción entre los elementos propuestos por Vinner (Gutiérrez y Jaime, 2012), nos convoca a pensar una Geometría escolar donde se conjugan los datos que brinda la experiencia de manipular objetos y construir modelos, con la intuición y el razonamiento (Villegas, 2008a). Se trata de una gestión de la enseñanza de la Geometría escolar que posiciona a las y los docentes como responsables del diseño de secuencias didácticas

creativas, haciendo uso de variados recursos. Actualmente, un marco conceptual provechoso para diseñar clases donde se enseña y se aprende Geometría en la escuela es el modelo Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 2012).

Este modelo caracteriza al aprendizaje como el resultado de la acumulación de una cantidad suficiente de experiencias adecuadas (Gutiérrez y Jaime, 2012). De allí que, propone a las y los docentes *fases de aprendizaje* para la secuenciación de los saberes a enseñar en pos del progreso de los *niveles de razonamiento* de las y los estudiantes. Esos niveles no se asocian a edades, sino que refieren al grado de adquisición y desenvolvimiento de las relaciones entre conceptos, propiedades y figuras. Vilella (2008b) los sintetiza del siguiente modo:

- Nivel 1: Distinción de figuras como un todo si detectar relaciones entre las partes. Por ejemplo: reproducciones de cuadrados, rombos..., identificando sus nombres, pero no sus diferencias o propiedades internas.
- Nivel 2: Distinción de las partes de las figuras en tantos componentes que las caracterizan. Por ejemplo: el cuadrado tiene 4 lados iguales; el rectángulo ángulos rectos...
- Nivel 3: Comienzan a perfilarse los primeros esquemas de clasificación con más de un atributo para su construcción. Con ayuda puede inferirse que el cuadrado es un caso especial de rectángulo, o que el triángulo equilátero es isósceles.
- Nivel 4 y 5: Aparecen las teorizaciones y las posibilidades de construcción del sistema axiomático característico de la geometría. Por ejemplo: pueden realizarse demostraciones usando propiedades y conectivos lógicos. (p. 25).

Además, para avanzar progresivamente de un nivel de razonamiento al otro, el modelo Van Hiele propone cinco fases de aprendizaje (Gutiérrez y Jaime, 2012):

- Primera fase o de información: es de adquisición inicial de información tanto para docentes como para estudiantes. La función docente en esta etapa es informar a las y los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, anticipando el tipo de problemas que se van a proponer y los recursos a utilizar. Cada estudiante se familiarizará con los recursos presentados y cimentará conocimientos básicos imprescindibles para iniciar el trabajo matemático sobre los saberes nuevos a aprender. Las primeras interacciones del grupo de estudiantes con los recursos, sirven a sus docentes para averiguar el grado de los conocimientos previos en relación al tema a enseñar y el nivel de razonamiento en que se encuentra cada estudiante.
- Segunda fase o de orientación dirigida: las y los estudiantes se inician en la exploración el campo de estudio, basados en el recurso que se les ha sido propuesto. El objetivo principal de esta fase es que las y los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuáles son los conceptos, propiedades, relaciones y figuras principales en el área de la geometría que están estudiando. Es decir que, mediante la investigación de los recursos ofrecidos, construyen los elementos básicos de la red de relaciones de nuevos aprendizajes. Para ello es necesario que las actividades que formen parte de la secuencia estén convenientemente dirigidas hacia la construcción progresiva de los saberes y saberes hacer que deben estudiar, y, por lo tanto, hacia el progreso de un nivel de razonamiento al otro.

- Tercera fase o de explicitación: ésta es transversal a las 2 y 4. Aquí, las y los estudiantes intercambian sus experiencias, explicitando las regularidades e invariantes observados, explicando sus resoluciones y argumentando sus decisiones. En este sentido, es provechoso que surjan posicionamientos divergentes, ya que es la heterogeneidad de producciones e ideas la que favorece la justificación de las opiniones y el análisis crítico de los puntos de vista propios y ajenos. La verbalización de las ideas en forma clara y ordenada teje relaciones entre los elementos de la nueva red de aprendizajes, al mismo tiempo que incorpora vocabulario específico.
- Cuarta fase o de orientación libre: las y los estudiantes perfeccionan su conocimiento sobre el campo de estudio propuesto. Para ello utilizan los saberes y el lenguaje aprendidos en otras investigaciones, diferentes de las anteriores. Para que esto sea posible, las y los docentes deben presentar problemas que admitan multiplicidad de formas de resolución y/o que lleven a diferentes soluciones. Se trata de actividades que ponen a las y los estudiantes en situación de usar y combinar los conceptos, propiedades, relaciones, figuras y formas de razonamientos aprendidos, y no de ejercicios de aplicación. En el transcurso de esta fase, se completa la red de relaciones que se comenzó a formar en las anteriores.
- Quinta fase o de integración: el objetivo es que las y los estudiantes adquieran una comprensión global de los saberes y saberes hacer que tienen a disposición. Para ello, las actividades que se les presenten no deben aportar nuevos conceptos o propiedades, sino que deben promover la acumulación, comparación y combinación de lo que ya conocen.

Para el análisis de la propuesta que presentamos en este artículo nos centramos en las cinco fases de aprendizaje propuestas por Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 2012), por ser el componente del modelo relacionado con la organización de clases que favorezcan el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico.

Un marco conceptual para comprender la enseñanza de la Geometría a través de la interacción con los recursos

Acorde con la variedad de recursos que convergen en la experiencia didáctica que desarrollaremos, nos situaremos desde el Enfoque Documental de lo Didáctico (Trouche et al., 2020) para analizar y comprender el trabajo de la docente. Desde este marco teórico entenderemos como *recurso* a todo lo que sea susceptible de re-generar el trabajo de la docente al momento de enseñar Geometría.

El enfoque documental pretende ser un enfoque holístico, el cual toma en cuenta al conjunto de recursos docentes, antiguos, recientes o nuevos, que entran en juego en la tarea de enseñar. En el caso particular de la propuesta que presentamos, la docente puso en relación diversos *recursos*: mandalas, hojas lisas y cuadriculadas, geoplanos, hilos, lenguajes de programación y software de geometría dinámica. Cuando las y los docentes se apropian de un *recurso* lo hacen en un doble proceso. El proceso de *instrumentación*, refiere al vasto conjunto de recursos que van a contribuir a configurar la actividad didáctica docente; mientras que el proceso de *instrumentalización*, focaliza en las decisiones creativas de las y los docentes para adoptar los recursos e incluirlos en el diseño de secuencias con el objeto de provocar aprendizajes. Considerar estas adaptaciones en la diversidad de recursos ha llevado a la introducción del concepto de *sistema documental*, compuesto por el sistema de recursos y de conocimientos

profesionales asociados. En el apartado siguiente nos centraremos en el sistema documental de la docente como unidad de análisis para entender su actividad.

Propuesta y análisis didáctico

La propuesta se contextualiza en el año 2016 en una escuela de gestión estatal de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. A raíz de la distribución horaria de la disciplina Matemática de 2do año del Nivel Secundario, en tres clases semanales: dos de 80 minutos de duración y una de 40 minutos los días viernes, la docente propuso una forma de organización del trabajo matemático diferente a la habitual en el aula. Estableció que el módulo de 40 minutos de duración sería exclusivo para el estudio de la Geometría y la Medida, otorgándole al eje temático una carga horaria que se mantuviera constante a lo largo de todo el ciclo lectivo. Los contenidos geométricos prescriptos⁴ para este año escolar se centran en el análisis y construcción de figuras, argumentando en base a propiedades, en situaciones problemáticas que requieran:

- determinar puntos que cumplan condiciones referidas a distancias y construir circunferencias, círculos, mediatrices y bisectrices como lugares geométricos;
- explorar diferentes construcciones de triángulos y argumentar sobre condiciones necesarias y suficientes para su congruencia;
- construir polígonos utilizando regla no graduada y compás a partir de diferentes informaciones, y justificar los procedimientos utilizados en base a los datos y/o a las propiedades de las figuras;
- analizar afirmaciones acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez, reconociendo los límites de las pruebas empíricas.

La docente organizó la enseñanza de estos contenidos de acuerdo al modelo Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 2012). A partir de considerar las características específicas de las cinco fases de aprendizajes de este modelo teórico, diseñó actividades centradas en la exploración de mandalas, configurando a estas representaciones simbólicas compuestas por figuras geométricas como el centro de interés promotor de los aprendizajes geométricos. La planificación anual de la enseñanza se estableció secuenciando los contenidos iniciando desde el estudio de la geometría en el plano, luego en el espacio, y desde allí, la resignificación de conceptos como punto, recta y plano. La propuesta está centrada en ofrecer situaciones de enseñanza que promuevan en las y los estudiantes:

- El uso y explicitación de las propiedades de figuras geométricas en la resolución de problemas.
- La producción y el análisis de construcciones geométricas en el plano considerando las propiedades involucradas y las condiciones necesarias y suficientes para su construcción.
- La producción y validación de conjeturas sobre relaciones y propiedades geométricas en el plano, avanzando desde las argumentaciones empíricas hacia otras más generales.

⁴ En Argentina, estos propósitos corresponden a 1° y 2° año de la Educación Secundaria en las Jurisdicciones con Nivel Primario de 7 años, como lo es la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, y están determinados por los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.

Fase informativa

Las actividades de esta fase tienen como objetivos relevar información de los conocimientos que tienen las y los estudiantes sobre los conceptos de punto, recta y plano y, sobre la realización de construcciones con lápiz y papel utilizando regla, transportador y compás. Para ello, se presentó el mandala como *recurso* (Trouche et al., 2020) a las y los estudiantes explicitando oralmente dos metas de trabajo: observar y caracterizar geoméricamente a los mandalas y, a partir de allí, diseñar los propios, esta última actividad se desarrolló en las fases sucesivas.

En las primeras clases, a partir de la interacción con este recurso, la docente indagó sobre los saberes previos de Geometría y Medida. En las primeras evocaciones orales, un grupo de estudiantes recuperó el trabajo con mandalas realizado el año anterior en el espacio curricular de Artes Visuales, mientras que otras y otros recordaron un intercambio al respecto con la docente de Matemática en una visita a una feria de artesanos. Al ser consultados respecto de las decisiones a tomar para diseñar y construir mandalas, el grupo de estudiantes recuperó aprendizajes relativos al uso de los instrumentos de geometría y nociones asociadas a los axiomas de Euclides, aunque sin nombrarlos de este modo.

Fase de orientación dirigida

A partir de la información recabada, la docente delineó una segunda *fase de orientación dirigida* (Van Hiele, en Gutiérrez y Jaime, 2012), a la que llamó: “*Mandalas en el plano con los elementos de geometría*”. El objetivo principal de la docente en esta fase fue conseguir que cada estudiante descubra, comprenda y aprenda cuáles son los conceptos, propiedades, figuras de la geometría plana que subyacen en las representaciones simbólicas de los mandalas. Para ello, en clases sucesivas, propuso al conjunto de estudiantes explorar el campo de estudio por medio de construcciones en variedad de soportes:

- En papel: las y los estudiantes confeccionaron en hojas cuadriculadas y lisas una secuencia de mandalas cuya complejidad se iba incrementando a través de las consignas de forma gradual. Una vez contruidos, realizaron copias impresas de los mismos y los colorearon (figuras 1 y 2).
- En madera y clavos: la docente propuso al grupo de estudiantes reproducir algunos de los mandalas realizados en papel, para luego decorarlos con hilos de colores. Así, se re significa el geoplano, un *recurso* (Trouche et al., 2020) conocido por ella (figura 3).

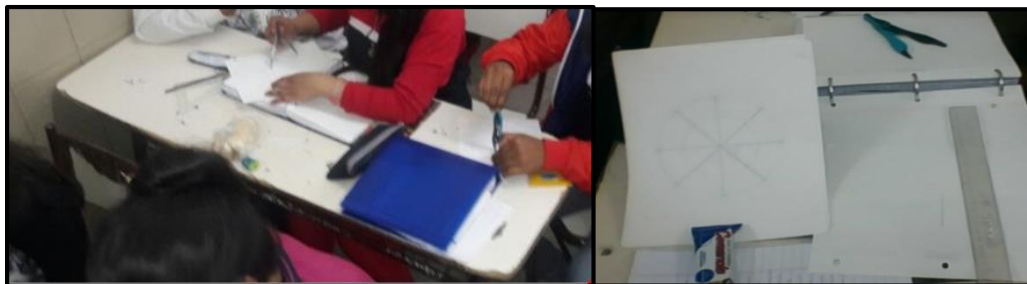


Figura 1: Estudiantes construyendo mandalas en el aula. Fuente propia

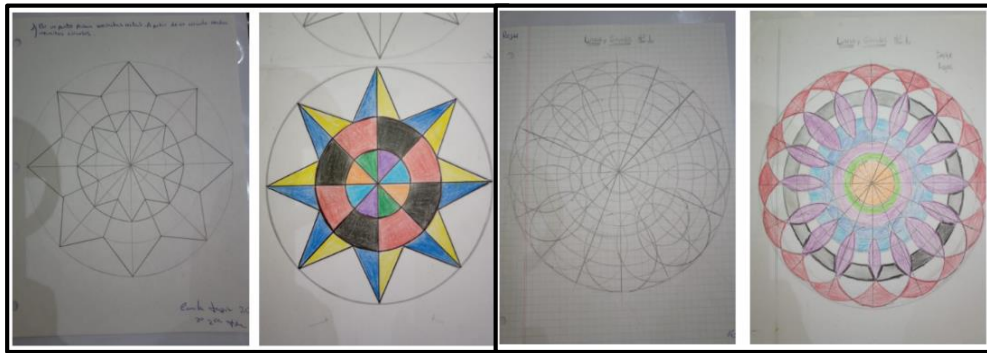


Figura 2: Mandalas construidos y coloreados en papel liso y cuadrículado. Fuente propia.

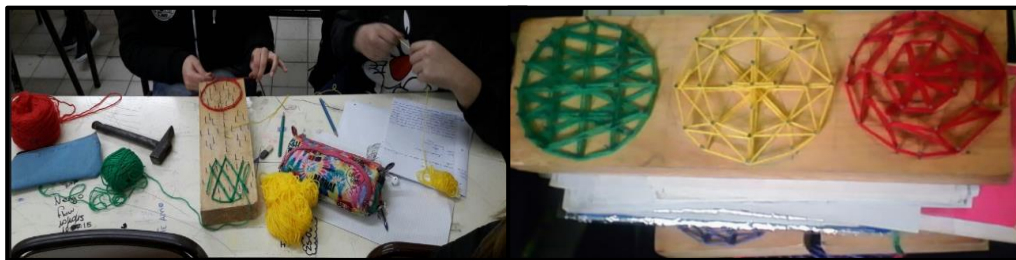


Figura 3: Construcción de mandalas en madera. Fuente propia.

Las actividades de la segunda fase, tuvieron por fin ayudar a las y los estudiantes a descubrir las propiedades características de algunos lugares geométricos (recta, circunferencia, bisectriz) y que aprendan a realizar construcciones. Conocer las características de los lugares geométricos presentados y los modos de trazarlos es necesario para poder profundizar el aprendizaje de la construcción de polígonos a partir de diferentes informaciones y su caracterización, así como para analizar afirmaciones acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez, tensionando y reconociendo los límites de las pruebas empíricas.

En relación a los tiempos de gestión de las actividades, el desarrollo de las actividades en soporte papel fue la que más clases llevó. Entendemos que esto se debió a múltiples factores:

- las actividades propuestas se desarrollaban junto con el proceso de instalar el tiempo del módulo específico de Geometría, lo que se configuraba como un modo de trabajo matemático diferente al habitual en la trayectoria escolar del grupo de estudiantes;
- la exploración y análisis de propiedades geométricas en la construcción de los mandalas requiere de la conjunción de saberes. Por ejemplo, determinar puntos que cumplan condiciones referidas a distancias y construir circunferencias, círculos, mediatrices y bisectrices como lugares geométricos, al mismo tiempo que es necesario tomar decisiones respecto del uso de los instrumentos de geometría;
- el requerimiento de un tiempo para que las y los estudiantes creen sus propios diseños apelando tanto a sus saberes geométricos como a la creatividad (formas y contrastes de colores).

Adicionalmente, la graduación de la complejidad en la construcción de los diferentes mandalas, se dio a través de considerar tanto las características y propiedades de la combinación de figuras geométricas a representar como por las particularidades de las hojas en las que se soportaban. Desde el punto de vista de la visualización y el razonamiento geométricos (Vinner, en Gutiérrez y Jaime, 2012) no es lo mismo para una y un estudiante construir un mandala sobre una hoja cuadriculada que hacerlo sobre hoja lisa, en tanto los ángulos y las distancias determinadas por la cuadrícula pueden ser usados para la representación de figuras y lugares geométricos, obturando la aparición de características y propiedades.

Fase de explicitación

En forma transversal al desarrollo de las actividades de la fase 2, la docente gestionaba momentos de intercambios colectivos orales de las experiencias de determinación de algunos puntos como lugares geométricos. Las y los estudiantes comentaban las regularidades observadas y explicaban las estrategias desplegadas al construir los mandalas. Estos momentos son propios de la fase tres de Van Hiele (Gutiérrez y Jaime, 2012), conocida como *fase de explicitación*.

En muchos de estos intercambios surgieron puntos de vista divergentes, movilizados por los intentos de algunas y algunos estudiantes por justificar sus opiniones o modos de proceder. Por ejemplo, surgió como interrogante si era posible establecer cuántas rectas pasaban por un punto dado. Este cuestionamiento no fue trivial para un grupo de estudiantes, que, apoyados en soportes gráficos aseguraban que el número de rectas que pasaban por el punto central del mandala era finito y podía establecerse. Posicionamiento empírico que entraba en tensión con la definición, aprendida en años anteriores, que estos estudiantes verbalizaban: “por un punto pasan infinitas rectas” (sic.). La justificación de las posturas, por medio de los diálogos sostenidos de forma alternada y sistemática entre las actividades de la fase 2, comenzó a tejer una red de relaciones de contenidos geométricos, al mismo tiempo que favorecían el aprendizaje y uso de vocabulario y conceptualizaciones nuevas. Para gestionar la heterogeneidad de puntos de vistas en relación a la cantidad de rectas que pasan por un punto, la docente propuso a las y los estudiantes explicitar sus ideas argumentando la posición tomada. Así, hubo estudiantes que trazaron “rectas” con hilos en el geoplano, mostrando que “entraban” una cantidad acotada. Como respuesta a la validación empírica, un grupo respondió que las rectas podían ser tan finas como quisieran, e incluso propuso que las lanas podrían ser reemplazadas por hilos finos y entrarían más rectas, porque en realidad eran formas de representar puntos (sic.). Otro grupo, aludió que el geoplano era una representación de una idea, que los puntos y las rectas no tenían espesor y que eso permitía que siempre entren más y más... (sic.). Mediante estas verbalizaciones, y nuevos espacios de debate y demostración gestionados por la docente en la fase siguiente, el grupo de estudiantes acordó los motivos geométricos por los que por un punto pasan infinitas rectas, e incluso, en clases posteriores pudieron establecer relaciones como: “un punto es centro de infinitas circunferencias”.

La gestión de las actividades de la tercera fase requirió de momentos para que el grupo de estudiantes dialogue, que cada quien explique lo hecho y por qué, permitiendo la formulación de dudas y conjeturas provisorias, así como su debate y puesta a prueba entre pares. Por lo tanto, en esta fase, que como señalamos es transversal entre la segunda y la cuarta, la docente optó por una actitud de escucha atenta, y realizando intervenciones orales tendientes a repreguntar y retroalimentar los intercambios. En las

intervenciones de la docente se destaca la intencionalidad de que cada estudiante recuerde o construya paulatinamente los postulados de Euclides, enseñados al grupo en primer año del Nivel Secundario. Estos postulados son requeridos por el recurso propuesto, por ejemplo: en muchos de los mandalas que construirán a lo largo de la secuencia recurrirán al trazado de rectas que pasan por el centro de una circunferencia.

Fase de orientación libre

Luego de las actividades de la fase 2 y su alternancia con la fase 3, la docente propuso utilizar dos recursos para la construcción de mandalas: el lenguaje de programación Scratch y el graficador dinámico GeoGebra. La selección de estos *recursos* por parte de la docente se fundó en los conocimientos previos del grupo de estudiantes en el uso de ambos softwares, reconociendo un uso avanzado en la programación en Scratch (el grupo de estudiantes lo utilizaba desde su escolaridad Primaria). En esta cuarta *fase de orientación libre* (Van Hiele, en Gutiérrez y Jaime, 2012) el grupo de estudiantes usó los conocimientos y el lenguaje geométricos adquiridos anteriormente en una investigación que requería el perfeccionamiento de los saberes alcanzados hasta el momento.

La actividad en Scratch requirió a las y los estudiantes anticipar cómo realizar las construcciones, para luego comparar y explicitar la secuencia de pasos geométricos de la construcción en términos del lenguaje de programación. Esto no es una simple traducción de pasos de construcción en lápiz y papel a un lenguaje de programación determinado, sino que pone a cada estudiante en situación de combinar adecuadamente y aplicar los conocimientos adquiridos en las fases anteriores, recurriendo a las formas de razonamiento geométricas. El problema que plantea generar un mandala en Scratch supera la mera “aplicación” de definiciones y conceptos, por el contrario, la propuesta se configura en una situación nueva, abierta y que admite múltiples formas de resolución para las y los estudiantes.

A pesar que las y los estudiantes estaban familiarizados con el lenguaje de programación por bloques de Scratch, resolver algunas consignas no resultó una tarea sencilla. Por ejemplo, para trazar un cuadrado, las y los estudiantes recurrieron a indicar al programa que dibuje una línea recta. Dado que no existe un comando específico para trazar un segmento, debieron seleccionar un objeto e indicarle que se desplace en una determinada dirección una cantidad de pasos dado. Para continuar la construcción propusieron como analogía “el objeto debe doblar en una esquina” (sic.), lo que sería equivalente en el programa a girar. Surgió entonces un problema geométrico: ¿cuánto girar? Un grupo sugirió girar 90° y luego, reconociendo que un cuadrado tiene lados de igual longitud, avanzar la misma cantidad de “pasos” que los recorridos en la primera parte. Hubo estudiantes que manifestaron que querían girar hacia el lado opuesto, surgió nuevamente la pregunta: ¿cuánto girar?

En forma análoga, se debatió en forma grupal el modo de trazar un triángulo equilátero en Scratch. Realizar ésta actividad requirió de la gestión de tiempos para la experimentación. Las y los estudiantes evocaron el trabajo realizado con la construcción del cuadrado, y consideraron la suma de ángulos interiores del triángulo para lograr su construcción.

Adicionalmente, para programar la construcción de un mandala en Scratch, se compartieron estrategias para la determinación de una circunferencia. Apelando al concepto de giro, aprendido con las representaciones anteriores, las y los estudiantes

definieron cuánto girar y cuantas veces iterar ese movimiento en el plano. Así, determinaron que si giraban 10 veces en un ángulo de 15° , la circunferencia no se formaba. Realizaron pruebas empíricas, hasta terminar que si el ángulo de giro era de 15° debían repetirlo 24 veces, mientras que si era de 10° tendrían que repetir 36 veces, dado que una circunferencia recorre 360° .

Las intervenciones de las y los estudiantes en las actividades con Scratch ponen de manifiesto, la tensión existente entre la definición del concepto de cuadrado con la imagen del concepto. Incluir como *recurso* de enseñanza el lenguaje de programación por bloques, favoreció la aparición de conceptos como el sentido de los ángulos, cuándo se lo considera positivo o negativo. Adicionalmente, si bien el uso de coordenadas polares no fue inducido por la docente, surgió su tratamiento desde la experimentación.

La elección del software a utilizar también les plantea a las y los estudiantes diferentes desafíos. Así como en GeoGebra existe una herramienta específica para hacer un segmento (y esto no representa un problema geométrico a resolver), en Scratch se necesita indicar a un objeto que se mueva en una determinada dirección una cantidad de pasos dadas, lo que permite trabajar el concepto de unidad, definir la dirección en la que se camina, etc., es decir se abre un nuevo espacio de trabajo a partir de considerar movimientos en el plano.

Respecto del uso del GeoGebra, se destinaron espacios y tiempos para la exploración del software. De forma tal que cada estudiante pudiera familiarizarse con el lenguaje, conocer las vistas que se proponen en el programa (gráfica y algebraica) y sus potencialidades, como la posibilidad de desplazar objetos geométricos e incluso animarlos. La exploración de las herramientas geométricas presentes en GeoGebra favoreció la aparición de los conceptos de simetría axial y central, y la caracterización de estos movimientos en el plano. En esta fase, se recuperaron los debates de la fase 3 respecto al axioma de Euclides: por un punto pasan infinitas rectas (figura 4), tensionando los resultados de las pruebas empíricas realizadas con las lanas en el geoplano y las ideas verbalizadas.

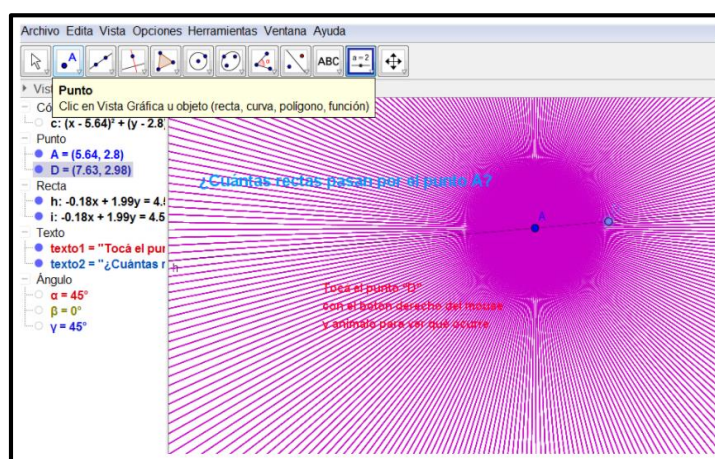


Figura 4: Vista de GeoGebra de un estudiante. Fuente propia.

Las actividades de esta fase, tuvieron como objetivos el aprendizaje de las propiedades y características de los polígonos y de los lugares geométricos estudiados hasta el momento, y la justificación de los procedimientos utilizados en base a los datos y/o a las propiedades de las figuras. Además, estas actividades corresponden a la fase 4 porque utilizan los conocimientos adquiridos en la fase 2 para resolver problemas nuevos y más complejos.

Fase de integración

Finalmente, en esta fase la docente diseñó una actividad que desafiaba a las y los estudiantes a adquirir una visión general de los contenidos y estrategias de construcción a disposición, relacionándolos con conocimientos que habían estudiado anteriormente. El objeto de enseñanza, para esta fase, estaba focalizado en cada estudiante logre comprensiones globales, sin construir ningún concepto o propiedad nuevos. Es decir, se esperaba la acumulación, comparación y combinación de saberes y saberes hacer aprendidos. Para ello, el *recurso* fue una actividad en papel (figura 5).

Dados los siguientes conjuntos de segmentos, analizar y decidir:

A. si es posible construir un triángulo siempre,

B. si el orden en el que se trasladan los segmentos modifica o no el triángulo a construir,

C. si el ángulo determinado por dos segmentos consecutivos determina un único triángulo o no.

Conjunto 1

Conjunto 2

Conjunto 3

Figura 5: *Recurso* docente en el diseño de la fase de integración. Fuente propia

Intencionalmente, la actividad de integración (figura 5) no especificaba el soporte en el que se podía resolver, dado que uno de los objetivos de la docente era que sean las y los estudiantes quienes se responsabilicen por decidir si resolver la actividad en lápiz y papel o en GeoGebra. La totalidad del grupo de estudiantes resolvió la actividad a mano valiéndose de regla y compás. En la puesta en común de lo realizado, se compartieron estrategias para la construcción de triángulos en papel apelando al uso de regla y compás. Se concluyó que sólo era posible la construcción de un único triángulo con los segmentos del segundo conjunto. Al consultar por los motivos por los que los conjuntos 1 y 3 no permitían la construcción de triángulos, el grupo de estudiantes explicitó que en ambos casos la medida de los lados no permitía que se “cierre” la figura (sic.).

A continuación, la docente solicitó la construcción de un mandala con los triángulos determinados con los conjuntos de segmentos anteriores. Al recorrer los bancos del aula, la docente observó que las y los estudiantes construyeron mandalas sin apelar al conjunto de segmentos 2 (figura 6). Esto la alertó sobre la comprensión de la actividad planteada, por un lado, las y los estudiantes aseguraban verbalmente que sólo era posible construir triángulos con el conjunto 2 de segmentos, pero por el otro construían un mandala en el que aparecían triángulos que no surgían de la consigna dada. Esto le permitió inferir dos aspectos respecto de los aprendizajes de sus estudiantes: por un lado, sabían construir triángulos, por el otro no comprendían la consigna de construir mandalas utilizando los triángulos resultantes de la actividad anterior o bien no estaban seguros de que efectivamente era posible el trazado de un triángulo con los segmentos del conjunto 2.

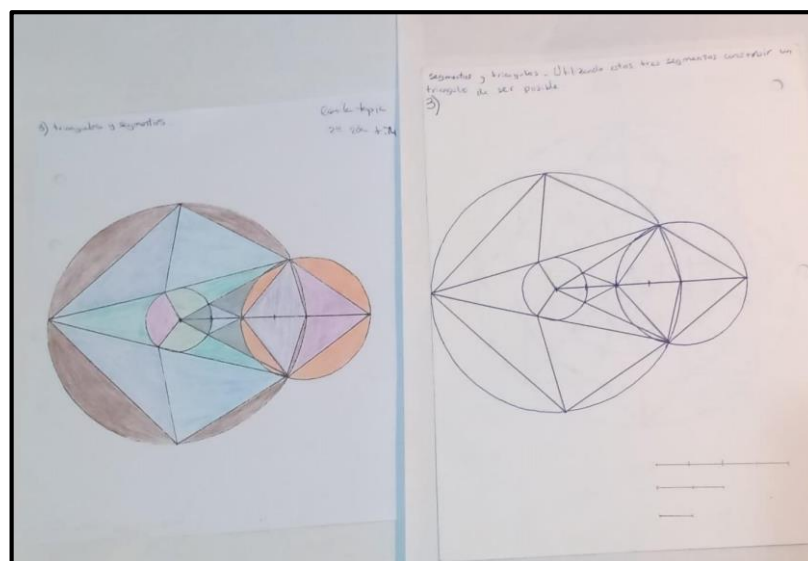


Figura 6: Construcción de mandalas a partir de triángulos. Fuente propia.

Ante la dificultad detectada, la docente gestionó momentos de formulación de las estrategias de resolución, e intervino proponiendo una nueva actividad que pusiera a las y los estudiantes en posición de validar sus conjeturas. Para ello, indicó la resolución de la actividad anterior usando GeoGebra:

-Usando los mismos segmentos resuelvan la actividad anterior con GeoGebra. Desplacen en el plano de GeoGebra los segmentos y triángulos determinados. ¿Qué observan? ¿Por qué sucede esto?

- A partir de lo visualizado en GeoGebra, ¿modificarían las respuestas y conclusiones logradas en la actividad anterior?

Para las y los estudiantes el uso de GeoGebra en esta nueva actividad fue relevante, ya que tanto para construir los triángulos en función de las configuraciones de segmentos que se les ocurrían, como para verificar sus conjeturas, el software les permitía una interacción y dinamismo que no es posible con lápiz y papel. La docente consultó al grupo de estudiantes respecto de cómo modificaría uno de los segmentos de los conjuntos dados para que se pueda construir un triángulo. Esta pregunta puso de relieve la desigualdad triangular, permitiendo dar solidez a un teorema ya conocido por el grupo: la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es siempre mayor a la longitud del lado restante.

Finalmente, la docente propuso una tercera actividad, la construcción de mandalas en GeoGebra que contengan los triángulos logrados. En la revisión conjunta sobre lo realizado, se leyeron y consideraron los protocolos de construcción del software, lo que requirió precisión en los conceptos y su uso adecuado. La secuenciación de las tres actividades que conformaron la quinta fase, favoreció que las y los estudiantes recuperaran las conclusiones logradas en las fases anteriores y las utilicen en la resolución de un nuevo problema geométrico, que invita a un proceso de autoevaluación de los saberes. La fijación de la resolución de este problema geométrico volviendo sobre

lo trabajado con los tres conjuntos de segmentos se vio plasmada en las propuestas subsiguientes, elementos notables de un triángulo.

Las actividades de la quinta fase promovieron que las y los estudiantes elaboren una síntesis de lo que han aprendido respecto de la construcción de polígonos, los lugares geométricos y el reconociendo los límites de las pruebas empíricas en geometría, y a integrar estos nuevos conocimientos con los que tienen con anterioridad en relación a los triángulos. Para el cumplimiento de estos objetivos de enseñanza, la docente propuso el uso del software GeoGebra. En tanto recurso, al evocar y revisar su práctica la docente advirtió: “algo que nos dimos cuenta más tarde es que podría haberse introducido el concepto de deslizadores para encontrar la configuración o configuraciones posibles para la construcción de un triángulo a partir de un conjunto de 3 segmentos”.

Durante el transcurso del proceso de enseñanza la evaluación continua implicó la revisión de las *imágenes* y *definiciones* de los conceptos construidos por cada estudiante (Vinner, en Gutiérrez y Jaime, 2012), puestos en tensión mediante los diversos *recursos* propuestos. La docente desplegó diferentes actividades para evaluar el estado de los conocimientos de sus estudiantes, que llamó: “*subsistemas de evaluación*”. Por ejemplo, solicitó al grupo de estudiantes seleccionar un recurso de su preferencia y realizar un mandala libre, luego, escribir un texto donde narren el protocolo de construcción e identifiquen y justifiquen al menos 3 de los conceptos trabajados en los mandalas construidos en las clases anteriores. Adicionalmente, clase a clase se construyó un glosario geométrico colaborativo en función de lo que el grupo detectaba como nuevos aprendizajes o como cuestiones a tener disponibles para avanzar en sus aprendizajes. Destacamos que el uso de variados recursos (Trouche et al., 2020) a lo largo de las actividades de la secuencia, implicaba utilizar y resignificar los conocimientos adquiridos por las y los estudiantes. Y que esta característica, le permitió a la docente llevar adelante una evaluación continua de cada estudiante.

Conclusiones

El proceso de conceptualización geométrica es continuo y no se lleva a cabo de manera inmediata. Requiere de tiempo y de la planificación de procesos de enseñanza centrados en la gestión de diversidad de tareas. La decisión docente de diseñar secuencias de enseñanza con variedad de *recursos* (Trouche et al., 2020), desde papel, lanas y maderas hasta diferentes softwares, contempla a la heterogeneidad del aula, facilitando el ingreso al conocimiento y la apropiación de conceptos en múltiples direcciones no sólo desde la perspectiva lógico matemática.

Cuando las y los estudiantes aprecian, analizan, piensan y elaboran mandalas desarrollan prácticas de simbolización geométrica. En tanto *recurso* (Trouche et al., 2020), los mandalas permiten al docente diseñar y gestionar secuencias de enseñanza en donde las y los estudiantes relacionan la imagen y la definición de los conceptos geométricos (Vinner, en Gutiérrez y Jaime, 2012). El conocimiento de estos modelos, de Vinner y Van Hiele, acerca a las y los docentes a comprender el modo en que sus estudiantes construyen el aprendizaje de conceptos matemáticos con fuerte contenido gráfico o visual, y les permite diseñar intervenciones didácticas para prevenir o corregir aprendizajes erróneos cuando enseñan Geometría.

Reconocimiento: A estudiantes, personal docente y de conducción de la escuela huésped y en especial a la Prof. Cristina Bianiche por su acompañamiento durante todo el proyecto.

Referencias bibliográficas

Bednarz, N. (septiembre, 2017). *Investigación colaborativa en Enseñanza de la Matemática*. Trabajo presentado en la conferencia de la VIII Escuela en Didáctica de la Matemática (EDIMAT 2017), Neuquén, Argentina.

Trouche, L.; Gueudet, G.; Pepin, B.; Salinas-Hernández, U. y Sacristán, A. (mayo, 2020). El enfoque documental de lo didáctico. *DAD-Multilingual*. Ffhal-02557744v2ff

Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (noviembre, 2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*. 32. Pp. 55-70. Disponible en: <http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n32/n32a05.pdf>

Villella, J. (2008a). *Piedra Libre para la Matemática*. Buenos Aires: Aique.

Villella, J. (2008b). Acerca del espacio. En J. Villella (2008): *Sugerencias para la clase de Matemática* (pp. 23 – 68). Buenos Aires: Aique.



El sesgo de la equiprobabilidad. Una propuesta de enseñanza a partir de ideas intuitivas

Mazzola, Erica; Mansilla, Ayelén

Egresadas del Diploma en Enseñanza de la Matemática - Nivel Secundario- Cohorte 2021

Resumen

En el presente trabajo proponemos una revisión de las prácticas de enseñanza de la Probabilidad a partir de reconocer el sesgo de equiprobabilidad. Este sesgo, de surgimiento espontáneo, puede obstaculizar los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Con sustento en la Educación Matemática Realista, presentamos y analizamos el juego “Pares e Impares” como recurso para la enseñanza de la Probabilidad. A partir de la explicitación de ideas intuitivas, el debate sobre las creencias y errores, y la comparación de datos producto de las partidas del juego, puede promoverse la ruptura de este sesgo en los estudiantes. La discusión en clase respecto de las ideas provocadas por el sesgo de equiprobabilidad favorece, a largo plazo, la comprensión del cálculo de la probabilidad laplaciana.

Palabras clave: Sesgo de equiprobabilidad - Enseñanza de la Probabilidad - Educación Matemática Realista – Juego -Probabilidad laplaciana.

Introducción. Enseñar Probabilidad en la escuela

El sesgo de equiprobabilidad, un motivo para revisar las prácticas de enseñanza

La vida está llena de incertidumbre, casi todos los hechos que ocurren se rigen por la aleatoriedad. Sin embargo, estos sucesos cotidianos pueden transcurrir sin que sus protagonistas y observadores noten su componente azaroso. Tanto en niñas y niños como en las personas que carecen de formación probabilística, se observa una tendencia a asociar el razonamiento combinatorio a situaciones en las que interviene el azar. Los estudios realizados por Lecoutre y sus discípulos (en Serrano, Batanero y Cañizares, 1998) explican que esto se debe a que desde edades tempranas, emerge en el razonamiento el *sesgo de equiprobabilidad*. Este sesgo describe la creencia de los sujetos en la equiposibilidad de ocurrencia de todos los sucesos asociados a cualquier experimento aleatorio o fenómeno incierto. A partir de este preconcepto, las personas consideran que el resultado de los experimentos depende del azar y, en consecuencia, suponen que todos los posibles resultados tienen la misma posibilidad de ocurrencia, desconociendo la frecuencia de los sucesos.

Estos estudios de Lecoutre (en Serrano, Batanero y Cañizares, 1998) muestran que el desencadenamiento del sesgo de equiprobabilidad en el razonamiento se da en edades

tempranas, antes de haber tenido una instrucción formal en la probabilidad, y se mantiene a través de los años. Esta situación, junto con la consideración del impacto social de las decisiones fundadas en razonamientos probabilísticos que realizan las personas, evidencia la necesidad de diseñar y gestionar situaciones de enseñanza en las que los resultados de los experimentos no siempre sean equiprobables. Serrano, Batanero y Cañizares (1998) proponen el desarrollo de este tipo de secuencias didácticas antes de introducir el trabajo con la probabilidad laplaciana para que este sesgo no resulte de una extensión indebida de la regla de Laplace⁵. Desde esta perspectiva, proponemos y analizamos didácticamente un juego para poner en evidencia, discutir y comenzar a eliminar el sesgo de equiprobabilidad en el aula de Matemática.

Un marco para pensar la enseñanza de la Probabilidad

La Educación Matemática Realista (EMR) fundada por Hans Freudenthal, sostiene que la formación Matemática inicia con problemas inherentes del contexto y debe ser transmitida como un proceso gradual donde las alumnas y los alumnos construyan su conocimiento a través de la reflexión ocasionada por la interactividad, guiados por la o el docente (Bressan, et. al, 2016). Se busca desarrollar en las alumnas y los alumnos una actitud matemática, desde edades tempranas provocando que la y el estudiante pase por diferentes niveles de aprendizaje, en continua reflexión, reconstruyendo los conocimientos para llegar a la solución de problemas y formalización matemática.

Los principales aportes de la EMR están referidos a facilitar el encuentro entre la organización matemática de situaciones cotidianas y la matemática formal. Esto requiere por parte de las alumnas y los alumnos un proceso de matematización, que supone el desarrollo progresivo de conocimientos matemáticos desde el análisis de situaciones reales de su contexto, por medio de la relación entre la experiencia y el conocimiento informal, hasta lograr una conceptualización. Para que esto sea posible, es responsabilidad de las y los docentes el diseño de secuencias didácticas que reconozcan la multiplicidad de usos de los saberes a enseñar y los distintos modos de apropiación por parte de las y los estudiantes. Consideramos a la EMR como estrategia didáctica docente, para que las y los estudiantes avancen en la conceptualización de la Probabilidad y sus modos de cuantificarla, desde estrategias de conteo manuales hacia otras más formales. Por ello, la propuesta de enseñanza que sigue se encuadra en la corriente realista, y toma como actividad contextual inicial un juego.

El juego es considerado un recurso de enseñanza cuando tiene una intencionalidad específica vinculada a un contenido de una secuencia didáctica. Por lo cual, las y los estudiantes se involucran en la actividad matemática, descubriendo relaciones, procesos, conceptos, sintiéndose productoras y productores de pensamiento matemático en lugar de simplemente “aplicar” dichos conceptos a situaciones problemáticas. Las prácticas educativas escolares centradas en juegos nos demandan a las y los docentes la planificación en secuencias didácticas, con reciprocidad coherente con los contenidos y objetivos para trabajar. Es por eso que será preciso reflexionar sobre estas preguntas, por ejemplo: ¿cuánto tiempo dedicar a la experimentación libre con el juego?, ¿cuánto tiempo dedicar al juego reglado para que emerjan conjeturas y estrategias?, ¿en qué momentos intervenir?, ¿cuándo realizar

⁵ La regla de Laplace consiste en el cálculo de la probabilidad de un suceso obteniéndose como el cociente entre el número de casos favorables y los casos posibles. Se debe tener en cuenta, que se aplica únicamente en situaciones donde todos los sucesos tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

puestas en común?, ¿qué cosas decir y cuáles callar momentáneamente? (Güerci, 2020)

Entonces, luego de jugar, las y los docentes somos responsables de gestionar situaciones que promuevan en las y los estudiantes la reflexión sobre las estrategias desplegadas, los aciertos, los errores, y los descubrimientos producto del juego, para favorecer las vinculaciones con el contenido matemático. El trabajo con recursos como los juegos genera contextos de resolución de problemas que convocan a las y los estudiantes, creando ambientes que favorecen el proceso de *matematización* (Bressan, et. al, 2016). Además, los juegos reglados potencian el uso de pensamiento lógico, fomentan hábitos de razonamiento y enseñan a pensar con espíritu crítico.

La propuesta que continúa, es una invitación a las y los docentes a fomentar el trabajo probabilístico en las aulas mediante un juego destinado a estudiantes que inician el estudio de la noción de Probabilidad y a quienes, habiéndolo iniciado, presentan obstáculos ligados al sesgo de la equiprobabilidad.

Propuesta: Pares e Impares, un juego para enseñar y aprender Probabilidad

A partir del marco de referencia desarrollado, proponemos el juego “Pares e Impares”, también conocido en la tradición española como “Pares y Nones” (figura 1). Este juego puede presentarse como primer acercamiento a los contenidos probabilísticos o como una revisión de la noción de Probabilidad cuando se detecta la persistencia del sesgo de equiprobabilidad en las respuestas aportadas por las y los estudiantes. En las partidas del juego cada alumna o cada alumno deberán recopilar datos, tomar decisiones, buscar respuestas, probar distintas estrategias, experimentar. Es esperable, dada la presencia del sesgo de equiprobabilidad, que en un momento inicial las y los estudiantes se equivoquen, por lo que será necesario generar espacios de reflexión y brindar la oportunidad de volver a jugar y buscar nuevas estrategias.

Juego: Pares e Impares

Organización: en parejas, dos estudiantes que serán contrincantes.

Materiales: las manos; lápiz y papel para registrar las jugadas.

Reglas: Las jugadoras y los jugadores se enfrentan y anticipan la opción par o impar, compartiéndola con la o el adversario. Luego, con los dedos de una mano marcan un número en su espalda, sin que su oponente pueda verlo, y, a la cuenta de tres, muestran a la vez el número de dedos. En función de que la suma de los dedos de ambos sea par o impar, será ganadora o ganador quien eligió esa opción.

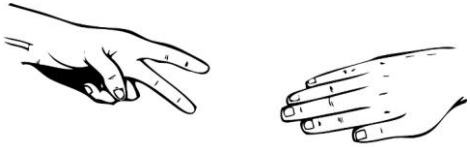


Figura 1: Propuesta de juego: Pares e Impares. Fuente de la imagen: derechos liberados por Pixabay.

Esta propuesta es un camino para ayudar a las y los estudiantes a construir concepciones e intuiciones correctas sobre los sucesos aleatorios y a desarrollar el razonamiento estocástico. Además, tiene la potencia didáctica de provocar la ruptura

del sesgo de equiprobabilidad, en tanto propone considerar y analizar los resultados del experimento.

Se espera que, a priori, las alumnas y los alumnos consideren que “Pares e Impares” es un juego justo, con las mismas probabilidades de ganar independientemente de la elección que hagan antes de mostrar la cantidad de dedos dispuestos en sus manos. Una vez analizado los datos podrán evidenciar que no se trata de un juego justo, es decir, no es igual de probable que salga una opción o la otra (par - impar), a diferencia de lo que podría pasar al lanzar una moneda equilibrada al aire. El análisis de la probabilidad de ocurrencia de cada suceso demuestra que al sumar los números obtenidos por los dedos de las manos de las y los jugadores hay más posibilidades de obtener un número par que uno impar. Este hecho contra intuitivo es el que tensiona el sesgo de la equiprobabilidad, y otorga interés didáctico al juego. Desde esta propuesta de gestión docente, no se planifica anticipar esto a las y los estudiantes, sino que la conclusión de la no equiprobabilidad del juego será una consecuencia a la que arribarán ellas y ellos al transitar la secuencia de actividades.

Análisis. El tratamiento del sesgo de la equiprobabilidad a partir del juego Pares e Impares

A continuación presentamos una posible gestión del juego "Pares e Impares" en clase, incluyendo el análisis didáctico de las decisiones docentes y las implicaciones conceptuales derivadas de las reglas del juego.

En un primer momento, se presenta en forma oral una actividad de carácter exploratorio donde se da lugar a que cada estudiante o pareja de estudiantes decida el modo de registro que considera pertinente. Por ejemplo, se podría explicitar de forma oral las reglas del juego a las y los estudiantes y se los invita a jugar 5 partidas y registrar en sus cuadernos o carpetas quién ganó y cómo fue cada jugada.

Luego de esta propuesta inicial, se propone una puesta en común donde las distintas parejas expliciten quién ganó. La o el docente puede registrar en el pizarrón cuántas veces ganó una suma par y cuántas una impar. A partir del registro, puede establecer interrogantes centrados en la relación entre la clasificación par o impar de las sumas resultantes y el modo de controlarlo por escrito (Figura 3). En este intercambio oral, el interés se centrará tanto en la forma de registrar las jugadas como en el análisis de los resultados. Por ello se solicitará acordar una forma de organizar los datos obtenidos en cada partida para establecer si es posible desarrollar estrategias que permitan ganar el juego. Una posible intervención docente en la puesta en común sería: *“¿Es indistinto anticipar que el resultado de la suma será par o impar?, ¿cómo podemos hacer para darnos cuenta? Les propongo jugar seis nuevas partidas poniendo a prueba las ideas compartidas hasta ahora.”*

Luego de las seis nuevas partidas, la o el docente gestionará un nuevo tiempo de intercambios. La intervención docente, en pos de la elaboración conjunta de un registro que facilite el desarrollo de una estrategia ganadora del juego, estará orientada con interrogantes que faciliten el análisis de la posibilidad de ocurrencia de cada suma. Por ejemplo: *¿De qué manera lograríamos determinar todas las posibilidades?, ¿cómo podríamos registrarlo?; ¿Tiene ventajas una jugadora o un jugador sobre otro?; Teniendo en cuenta los datos obtenidos, ¿qué elegirías en las futuras partidas?*

En esta oportunidad se espera la elaboración de una tabla de resumen de posibles resultados de “Pares e Impares” (figura 2).











					
	2	3	4	5	6
	3	4	5	6	7
	4	5	6	7	8
	5	6	7	8	9
	6	7	8	9	10

Figura 2: Tabla de resumen de posibles resultados. Fuente: Smartick (s.f.).

El debate propiciado por la o el docente busca que las alumnas y los alumnos evidencien los 25 resultados posibles y que 13 de ellos son números pares. Pudiendo concluir que, si se busca ganar el juego, conviene anticipar en voz alta que el número a obtenerse será par. La conclusión, contraintuitiva, rompe la creencia de que es un juego justo y tensiona razonamientos con el sesgo de equiprobabilidad. Es decir, pone en evidencia la necesidad de analizar las frecuencias de los sucesos.

Para avanzar en el estudio probabilístico del juego, y según la edad de sus estudiantes, la o el docente podría proponer el análisis de las frecuencias absolutas de los resultados posibles a partir de una relectura de la información recopilada en las tablas elaboradas anteriormente. Por ejemplo, una posible intervención docente en pos del estudio de las frecuencias absolutas: *¿Cuál es la mayor suma que puede obtenerse al sumar los dedos de dos manos? ¿y la menor?; ¿todas las sumas tienen la misma posibilidad de ocurrir?, ¿cómo se dan cuenta?; ¿en cuántas ocasiones se obtiene cada suma?*

El intercambio oral en torno a la información registrada favorece el tratamiento intuitivo de la noción de frecuencia absoluta, al mismo tiempo que conduce a una nueva organización de los datos (figura 3).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
imposible	1+1	1+2	3+1	4+1	5+1	2+5	4+4	4+5	5+5
		2+1	2+2	3+2	2+4	3+4	5+3	5+4	
			1+3	2+3	3+3	4+3	3+5		
				1+4	4+2	5+2			
					1+5				

Figura 3: Frecuencias absolutas de la suma de los dedos de dos manos. Fuente propia.

Una vez que las y los estudiantes identifiquen la cantidad de posibilidades de ocurrencia (frecuencia absoluta) de cada suma, estarán en condiciones de concluir que la suma 6 tiene mayor frecuencia.

En clases sucesivas, luego de conceptualizar la idea de Probabilidad, o incluso en años posteriores, la o el docente podría retomar el juego y los análisis realizados para introducir la noción de Probabilidad Laplaciana. Por ejemplo, con esta intervención: *¿Cómo podemos calcular la probabilidad de cada suma?; Si en total existen 25 resultados posibles, ¿cómo podríamos determinar la probabilidad de obtener la suma*

2? ¿y 3? ¿y del resto?; ¿Qué pasa con la suma 1?, ¿hay alguna otra suma que tenga igual posibilidad de ocurrencia que la suma 1?, ¿cómo se dan cuenta?

Luego, se podría solicitar el registro de las conclusiones en una nueva tabla donde se sintetice cada suceso con su probabilidad (tabla1).

Suma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Probabilidad	0	1/25	2/25	3/25	4/25	5/25	4/25	3/25	2/25	1/25

Tabla 1: Probabilidad de ocurrencia de cada suma en "Pares e Impares". Fuente propia.

Nuevamente, del análisis de esta tabla se desprende que "Pares e Impares" no es un juego justo, sino que presenta una mayor probabilidad de sacar la suma 6. Por eso es conveniente seleccionar la opción par para lograr ganar más partidas. A su vez se podría proponer como interrogante *¿cuál es la probabilidad total de sacar par o impar?*, que se puede resolver a través de la suma de fracciones, ratificando que la opción par sigue siendo la más probable al obtenerse 13/25 mientras que la probabilidad total de la opción impar es 12/25.

Otra opción para la gestión del juego en clase es proponer a las y los estudiantes analizar qué sucede si se modifican las reglas del juego. Por ejemplo: *Si incorporamos el cero como un posible resultado de la suma de los dedos, ¿se modifica el juego si se permite a las jugadoras y los jugadores sacar la mano con todos los dedos bajos?, ¿por qué?*

En este caso, las alumnas y los alumnos tendrán que identificar que admitiremos una nueva suma, el uno, que es impar, por lo cual se modifica el espacio muestral⁶ y por lo tanto el resultado de la probabilidad total de obtener par o impar. En forma análoga al estudio realizado hasta el momento, pueden iterarse partidas con las nuevas reglas y luego organizar los datos en una nueva tabla (figura 4).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0+0	0+1	1+1	1+2	3+1	4+1	5+1	2+5	4+4	4+5	5+5
	1+0	2+0	2+1	2+2	3+2	2+4	3+4	5+3	5+4	
		0+2	0+3	1+3	2+3	3+3	4+3	3+5		
			3+0	0+4	1+4	4+2	5+2			
				4+0	5+0	1+5				
					0+5					

Figura 4: Frecuencias absolutas de la suma de los dedos de dos manos, considerando la posibilidad de sacar todos los dedos bajos. Fuente propia.

En este caso, dado que el cero es un número par, se puede observar que el espacio muestral es 36, y que la probabilidad total de salir par e impar es 18/36. La modificación del reglamento transforma al juego "Pares e Impares" en un juego justo. En el estudio compartido de las nuevas jugadas, es posible que sea necesario explicitar los motivos matemáticos por los que el cero es un número par.

El uso didáctico del juego podría continuar variando las reglas o la cantidad de jugadores. Por ejemplo, jugando de a tres jugadores, ¿se arriba a las mismas conclusiones? Nuevamente, las y los estudiantes deberán determinar el espacio

⁶ El espacio muestral es un conjunto de elementos formado por todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Centro de estudios en Didácticas Específicas. CEDE - EH_UNSAM

muestral e identificar las diferentes probabilidades. De manera similar podría proponerse la utilización de las dos manos para cada jugada. Estas actividades podrían formar parte de propuestas de evaluación.

Conclusiones

El potencial didáctico de la propuesta de jugar “Pares e Impares” en el aula de matemática se centra en que permite acercamientos a la Probabilidad:

- Realizar predicciones probabilísticas acerca de un resultado, en este caso, de qué elección tiene mayor probabilidad de salir.
- Entender las condiciones en las que existe una regularidad en la frecuencia relativa de un suceso, al organizar los datos de las sumas obtenidas para cada jugada.
- Reconocer los procesos probabilísticos elementales y proponer soluciones probabilísticas, por medio de las intervenciones docentes al introducir el cálculo de la Probabilidad Laplaciana.

En esta secuencia el rol del docente es activo en el sentido que, además de pensar la propuesta áulica para que los alumnos se vean motivados. Además, deberá gestionar y participar durante la clase de modo que su mediación sea en el momento justo para que el alumno pueda producir argumentos deductivos en el inicio del juego, arriesgando en sus primeras hipótesis para lograr reformular y reorganizar estas ideas. Este proceso no se da de manera espontánea sino que es el docente quien guía y acompaña, coordinando las discusiones para que se logre llegar a generalizaciones del cálculo a partir de ideas intuitivas.

Al finalizar el desarrollo de este tipo de propuestas, se espera que las y los estudiantes logren conceptualizar y utilizar los aspectos procedimentales fundamentales en el cálculo de la Probabilidad: determinación del espacio muestral, formulación de hipótesis de equiprobabilidad, determinación formal del suceso, estimación de la posibilidad de ocurrencia e interpretación de la solución probabilística. Aspectos que sustentan la construcción de estrategias más económicas de cálculo de la Probabilidad, como la fórmula de Laplace.

Además, las y los estudiantes podrán analizar situaciones, pudiendo inferir acerca de ellas, lo cual les permitirá tomar ciertas decisiones con base en lo observado. Se estarán formando ciudadanas y ciudadanos críticos, capaces de discernir la veracidad o falsedad de determinados datos. Adquirirán una forma de razonamiento, que les servirá en todos los aspectos de su vida cotidiana.

Se sugiere que la enseñanza de la Probabilidad se base en la experimentación con dispositivos como dados, ruletas, monedas, etc., donde las y los estudiantes exploren en forma activa los modelos probabilísticos, pudiendo desarrollar así, una correcta intuición estocástica. Al volver la enseñanza más experimental, se tendrán abundantes ocasiones de recoger datos sobre secuencias de experimentos aleatorios, pudiendo reflexionar sobre su naturaleza y comprender aún más cada uno de los componentes probabilísticos.

No hay que perder de vista que las predicciones y comparación de datos no siempre son suficientes para que las y los estudiantes modifiquen sus concepciones, dado que en ocasiones no revelan con claridad todos los resultados y propiedades matemáticas que queremos mostrarles. Por ello, se considera que la mera realización de esta propuesta, no será suficiente para romper con el sesgo de equiprobabilidad y lograr que

las alumnas y los alumnos adquieran los procedimientos y mecanismos del pensamiento probabilístico. Se deberá continuar con el desarrollo de otras propuestas que lleven a afianzar estos conceptos.

Bibliografía

Bressan, A. M.; Gallego, M. F.; Pérez, S.; Zolkower, B. (enero, 2016) *La Educación Matemática Realista. Bases Teóricas*. Disponible en: https://new.gpdmatematica.ar/wp-content/uploads/2021/02/Modulo_teoría_EMER-Final.pdf

Güerci, V. (2020). Seminario Problemas de la Enseñanza de la Estadística y la Probabilidad. *Clase 6: La historia de la matemática como recurso para la enseñanza de la probabilidad*. UNSAM. Recuperado de: <https://virtualeh.unsam.edu.ar/>

Serrano, L.; Batanero, C.; Ortíz, J. J. y Cañizares, M. J. (s.f) *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre modelos probabilísticos en las secuencias de resultados aleatorios*. Universidad de Granada, SUMA, 36, 23-32.

Serrano, L.; Batanero, C.; Ortíz, J. J. y Cañizares, M. J. (1998). *Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria*. Educación Matemática, 10(1), pp. 7-25. Recuperado de: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol10/1/03Serrano.pdf>

Smartick (s.f.). Recuperado de: <https://www.smartick.es/blog/matematicas/probabilidad-y-estadistica/probabilidad-que-es/>

¿Por qué Héctor Palma nos invita a leer este libro?

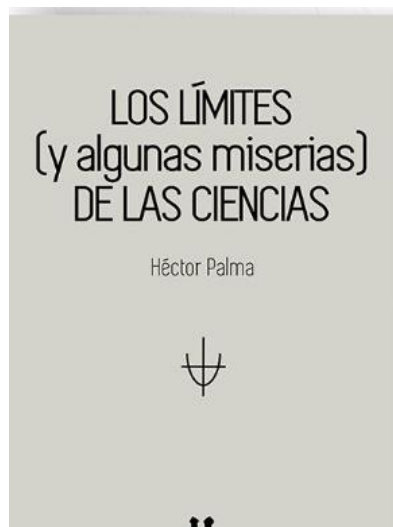
A diferencia de los libros que maduran y se escriben a partir de investigaciones específicas luego de algún tiempo, éste es el fruto de una mirada retrospectiva de toda mi carrera filosófica y docente. Después de treinta años de dedicarme a la filosofía de las ciencias, de aprenderla, enseñarla, sufrirla, deslumbrarme, agobiarme, hartarme y volver a enamorarme de ella, tengo al menos dos convicciones profundas.

La primera (más personal pero menos importante), es que mi tránsito por ese vasto campo ha sido casi siempre lejos de las amplias llanuras temáticas centrales en las que se dan cita cantidades de autores y puntos de vista; por el contrario, he avanzado por angostos desfiladeros marginales, por los suburbios que les interesan a pocos, a veces por ciénagas intransitables y en ocasiones caminos sin salida. Confieso que no ha sido una decisión estratégica o teórica tomada al principio sino más bien el resultado impensado y contemplado al final en una retrospectiva que intenta darle un sentido racional y ordenado a una trayectoria de vida. La segunda convicción es que la ciencia es uno de los más maravillosos inventos humanos y la forma de conocimiento disponible más idónea. Aunando estas dos convicciones, este libro recorre algunos de los límites de esa actividad, pero no para establecerlos o reforzarlos sino más bien porque pensar desde los límites conlleva una gran potencia heurística y conceptual.

Donde hay límites hay zonas grises, zonas de intersección más o menos amplias y difusas que resultan más idóneas e interesantes para explicar procesos complejos.

En este sentido, analizo los límites que surgen de la ciencia actual, cuya forma cada vez más especializada de abordar la realidad – y que tantos deslumbrantes éxitos ha obtenido- en un mundo que parece requerir cada vez más miradas integradas para problemas globales y acuciantes. Hay un capítulo especial para discutir, de un modo no tradicional, las fronteras entre ciencias y pseudociencias; pero también hay uno dedicado a la irracionalidad en el corazón mismo del sistema académico y científico, cuestión mucho más peligrosa que algunas delirantes o absurdas teorías. El tema ciencia/religión se aborda desde el caso especial de la teoría de la evolución y sus connotaciones filosóficas, políticas y educativas. Un capítulo está dedicado a las teorías del determinismo biológico del siglo XIX y primera mitad del XX (craneometría, frenología, antropología criminal, eugenesia) en clave de reconocer que, aunque hoy suelen ser episodios vergonzantes, han sido genuina ciencia. Hay un capítulo sobre los límites del periodismo científico y otro sobre el transhumanismo científico tecnológico que desafía todos los límites.

El libro finaliza con un análisis del papel que las metáforas tienen en las ciencias; contradiciendo la visión tradicional sostengo que las metáforas, lejos de estar completamente afuera de los límites científicos, tienen –y han tenido- un papel central en el surgimiento y sobre todo en la validación del conocimiento. Espero haberlos convencido y, en tal caso, que disfruten la lectura como yo disfruté de la escritura.



Título: El Interés de estudiantes por la ciencia en un contexto de educación no formal. Un estudio en el Club de Ciencias CROMOSOMAS de la ciudad de Ushuaia

Autor: Gisela Vanina Acosta Beiman

Tesis de Especialización

Directora Dra. Maricel Occelli

Co-Directora: Dra. Martín Rocío Belén

Carrera: Especialización en Enseñanza de la Biología. Instituto de la Educación y el Conocimiento. UNTDF.

Año de presentación: 2020

Este trabajo tiene como objetivos: la descripción de las actividades llevadas a cabo en el Club de Ciencias CROMOSOMAS y, el análisis del interés del estudiantado por la Ciencia luego de participar en la propuesta del club. Se aborda la temática del Club de Ciencias como una propuesta de educación no formal, que complementa a la educación formal, y que puede generar mayor interés por la ciencia en los y las integrantes que forman parte de este. Para cumplir con los objetivos propuestos se describieron las distintas actividades realizadas en el Club de Ciencias y se realizaron entrevistas a 12 estudiantes que participaron y participan en el club. A partir de los resultados de este trabajo se evidencia que las diferentes estrategias llevadas a cabo en un contexto de educación no formal, el Club de Ciencias, generan aprendizaje, en gran parte por el propio interés de quienes participan.

Se observó también que quienes participaron en las actividades desarrolladas en el Club de Ciencias se mostraron interesados/as, en llevarlas a cabo, y recuerdan las que realizaron a lo largo del tiempo debido a que en varios casos replican las mismas en sus vidas cotidianas, como participando en diferentes acciones y campañas sobre el ambiente, cuidado de animales, entre otras. También su participación en el club influyó en la elección de sus carreras terciarias y/o universitarias, porque en el momento de la elección pudieron poner en juego los diferentes escenarios mostrados en el club. Entonces según estos resultados se vislumbra que las actividades científicas interdisciplinarias enriquecieron su propio proceso de enseñanza y aprendizaje, fuera y dentro del Club de Ciencias, trabajando en equipo, siendo parte en este último punto de formar un grupo de pares con intereses en común, reflejándose en este sentido el interés contextual planteado en el marco teórico de este trabajo.

El interés del estudiantado por la ciencia fue lo que los/as llevó a participar del Club de Ciencias CROMOSOMAS y a sostener su participación en el tiempo mientras estaban cursando la escuela secundaria, debido a que cuando terminaban la misma la mayoría de ellos/as se iban a estudiar a otras ciudades y no podían continuar con su participación. En varios casos cuando volvían ocasionalmente a la ciudad de Ushuaia se contactaban con la docente asesora y se sumaban a las diferentes actividades del Club por ejemplo participando del Café Científico a través de charlas sobre temáticas científicas.

Se identificó interés y motivación por la ciencia, no solo durante su trayectoria escolar, sino también actualmente en su vida cotidiana debido a que los/as estudiantes hoy participan activamente en distintas actividades que fomentan el cuidado del ambiente en su rol como ciudadanos/as activos/as de la sociedad en la que son parte. Se reconoce así que las estrategias utilizadas en el Club de Ciencias como tal, influyó en la motivación e interés de los/as mismos/as, al participar y luego de haber participado en él.

El estudiantado manifiesta también un notable interés en las actividades desarrolladas por sentirse en un ambiente cómodo y desestructurado donde la relación con la docente asesora era lineal, se sentían escuchados/as, como así también con sus compañeros/as de diferentes cursos y edades del colegio, en el club era el grupo o equipo de este, no existían las diferencias.

A modo de cierre se reconoce al Club de Ciencias como un tipo de educación no formal, de contexto no formal en el que se utilizan diversas estrategias que evidencian, en los/as estudiantes que participaron y participan, un desarrollo de diversas competencias científicas, que se sustentan en su propio interés por aprender distintas temáticas relacionadas con la ciencia. Estos intereses se manifiestan, además, en la realización de las actividades expuestas, que no son más que las propuestas y posterior realización por cada uno/a de los/as estudiantes que participaron del club, guiados por una docente con una visión amplia del aprendizaje y que fomenta un aprendizaje interdisciplinar de manera continua, atento a los intereses de los/as mismos/as del club. En donde el único propósito de participación de todos/as los/as integrantes es el mero interés por la ciencia.

En esta misma línea se pretende seguir relevando, y por ello investigando, que ocurrió con este Club de Ciencias durante la pandemia COVID-19, como así también que características y formas de trabajo tienen los clubes de la provincia, y de Argentina.

Título: Entre la valla y el trampolín. Ciclo de Ateneos Didácticos sobre enseñanza de la escritura en Prácticas del Lenguaje

Autor: Natalia Soledad Cajal

Tesis de Especialización Especialización en Enseñanza de la Lengua y Literatura

Directora: Dra. Marta Negrín

Carrera: Carrera: Especialización en Enseñanza de la Lengua y Literatura. Universidad Nacional de Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur.

Fecha de defensa oral: 9 de abril de 2020

El diseño curricular de la provincia de Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur prescribe la enseñanza de la escritura, entre otras macro habilidades (lectura, oralidad y escucha) desde un enfoque de la enseñanza que manifiesta adherir a una «perspectiva sociocultural y cognitiva» y refuta «los enfoques estructurales y descriptivos» en relación con, por ejemplo, la enseñanza de la gramática para el dominio de la escritura (Resolución M.ED. TDF 218/2012). En lo que respecta a la organización de la enseñanza, la normativa sancionada en 2012 puso en tensión las tradicionales prácticas de enseñanza del área *lengua y literatura* en tanto implicó el desarrollo de políticas que promuevan la implementación del “nuevo enfoque”.

En esta línea, este propone un programa de capacitación docente con el propósito de instalar la discusión sobre la enseñanza de la escritura en el nivel secundario en el marco de esta política curricular. Por tal motivo, la propuesta tiene carácter jurisdiccional y convoca a las instituciones educativas para que a través del diálogo, en un espacio de construcción colectiva como el que ofrece la modalidad ateneo, se articulen estrategias, se establezcan acuerdos y se elaboren consignas de escritura formuladas desde una perspectiva sociocultural.

Para dar lugar al proceso de reflexión colectiva y situada, el escrito contiene un primer capítulo en el que se presenta el marco teórico que ubica esta propuesta en los estudios culturales (Chartier, 1999; Chartier, 2004). Luego de esta presentación, tomando como punto de partida la categoría acceso (Kalman, 2004), presenta un análisis de lo que sucede en la actualidad con la cultura escrita en la escuela y propone una aproximación al concepto de escritura como práctica social.

El texto incluye además, en el segundo capítulo, un breve análisis del contexto histórico-político en el que tuvo (y tiene) lugar la implementación del diseño curricular provincial de Prácticas del Lenguaje que se sancionó en el año 2012. En este marco, se discuten las tensiones que suscitó la implementación de un enfoque didáctico que anuncia una explícita filiación a la «perspectiva sociocultural y cognitiva» y refuta «los enfoques estructurales y descriptivos» en relación con, por ejemplo, la enseñanza de la gramática para el dominio de la escritura (Resolución M.ED. TDF 218/2012).

A la presentación del contexto, se asocia en el tercer capítulo una descripción detallada del programa de capacitación en lo que refiere a sus aspectos operativos y posibilidades de implementación en tanto se recuperan datos relevantes tomados del contexto que ponen de manifiesto la factibilidad de implementación del programa.

Finalmente, se ofrece un cuadernillo que contiene una secuencia de actividades y orientaciones metodológicas para la implementación del programa dirigido a posibles coordinadores de un ciclo de ateneos enfocado en la enseñanza de la escritura en el

Ciclo Básico de la Educación Secundaria Obligatoria. La estructura organizativa del ciclo de ateneos apunta a la vinculación de cada encuentro con el siguiente de manera que se pueda atender en cada jornada a la discusión de la enseñanza de la escritura, pero focalizando la atención en las problemáticas de un año escolar. Para promover el debate cada encuentro se organiza en torno al análisis de casos, cuyas narraciones han sido extraídas de artículos de revistas de didáctica de la lengua y la literatura argentinas, que, por el posicionamiento teórico desde el que analizan el objeto de estudio, se condicen con la perspectiva teórica desarrollada al inicio.

El trabajo completo ha sido seleccionado en la convocatoria 2020 de la Editorial Tierra del Fuego para su publicación como material educativo en formato digital y se encuentra en prensa.

X Escuela de Didáctica de la Matemática (EDIMAT)

La décima edición de la EDIMAT tiene como objetivo reunir a docentes, formadoras y formadores de docentes e investigadoras e investigadores en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de todas las provincias argentinas y de los países vecinos, para estudiar temas que son objeto de debate en el área. La escuela intenta contribuir esencialmente a la discusión y difusión del cuerpo de conocimientos de la Didáctica de la Matemática, contando con la participación central de la Dra. Nuria Climent Rodríguez (Universidad de Huelva, España. Coordinadora de la RED MTSK sobre el conocimiento especializado del profesor de matemática) quien trabajará sobre el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemática (MTSK por su sigla en inglés) como eje central de la reflexión sobre la práctica de enseñanza.

Este evento que lleva por título: “**La formación docente en matemática: reflexión sobre la práctica de la enseñanza**” es organizado por el Centro de Estudios en Didácticas Específicas de la Escuela de Humanidades de la Universidad Nacional de San Martín (CEDE- LICH) y, en esta ocasión, en conjunto con el programa de estudios didácticos de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ), la especialización en enseñanza de la matemática del Instituto de la Educación y el Conocimiento (IEC) de la Universidad Nacional de Tierra del Fuego (UNTDF), la Dirección de los Profesorados de Exactas del Instituto de Investigaciones en Didáctica de las Ciencias Naturales y Matemática (CEFIEC) de la Universidad Nacional de Buenos Aires (UBA).

Además del seminario central coordinado por la Dra. Climent Rodríguez, tendrá un espacio destinado a compartir experiencias de formación docente en el país, otro para la reflexión acerca del contenido de esas reflexiones y un panel dedicado a las mujeres, pioneras en Argentina, en conformar grupos de investigación en didáctica de la matemática.

La X EDIMAT se desarrollará 29, 30 de setiembre y 1 de octubre de 2022 en modalidad mixta (virtual – presencial) en el campus Miguelete de la Escuela de Humanidades de la UNSAM.

Enfoque y alcance de EN CLAVE DIDÁCTICA

El Centro de Estudios en Didácticas Específicas (CEDE) asociado al Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas (LICH), unidad de doble dependencia de la Escuela de Humanidades de la Universidad Nacional de San Martín (UNSAM) y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) de Buenos Aires, Argentina, se ha propuesto poner en circulación esta revista para que, docentes e investigadores encuentren en sus páginas: ideas, investigaciones y propuestas para el trabajo en las didácticas de las distintas disciplinas que se estudian en los diferentes niveles educativos.

La revista se pretende como una publicación de investigación y experiencias didácticas; se propone como un espacio plural destinado a compartir propuestas didácticas; comunicar resultados de investigación; publicar resúmenes de tesis didácticas y reseñas bibliográficas que tengan como eje temas referidos a las didácticas específicas.

EN CLAVE DIDÁCTICA está destinada a un público variado: docentes de los distintos niveles educativos, formadoras y formadores de docentes; investigadores en didáctica que encontrarán en sus páginas: ideas para replicar en sus aulas, tomando en consideración sus análisis didácticos y ponderando su viabilidad en las aulas a las que van dirigidas; resultados de investigaciones en didáctica; resúmenes de tesis didácticas; reseñas bibliográficas; noticias sobre el campo de las didácticas general y específica. Por ser una publicación en soporte digital, estará abierta al intercambio y comunicación de experiencias en países de habla hispana.

Criterio para asignar sección

Las secciones que componen la revista contendrán artículos y producciones que se referirán, en cada caso a:

- a- **Editorial:** escrita por el Equipo Editorial o quién éste invite a hacerlo, en la que se expondrá el tema central del número que prologa y una reflexión acerca del eje elegido.
- b- **Investigaciones Didácticas:** organizadas como informes de investigaciones realizadas o en marcha que cumplan los requisitos básicos de la escritura académica. Se tomará especial atención que **EN CLAVE DIDÁCTICA** es una revista destinada a un público mixto, por lo que su redacción deberá contemplar esta cualidad de las y los potenciales lectores.
- c- **Experiencias Didácticas:** relatadas por sus autoras y autores en términos de sucesos de aula acompañados de reflexiones didácticas. Se espera que el material de cuenta de situaciones de aula en las que se llevaron a cabo los sucesos relatados, que se acompañe extractos de trabajos y/o participaciones de estudiantes, fotos de trabajos realizados, etc. En todos los casos, estas experiencias contendrán un análisis didáctico que dé cuenta de las decisiones profesionales tomadas por las y los docentes que las implementaron.

- d- Reseñas bibliográficas: escritas con el fin de compartir resultados de la curaduría de la web, de la lectura de libros y/o revistas que a criterio del Equipo Editorial puedan circular entre sus lectoras y lectores.
- e- Tesis Didácticas: que sus autoras y autores quieran compartir a través de sus resúmenes como una forma de publicar sus aportes al campo de las didácticas que trabaja la revista.

Evaluación de materiales

La evaluación será por pares y por el método de doble ciego. En una primera fase, el Equipo Editorial efectuará una revisión general del trabajo, pudiendo rechazar directamente, sin pasar a evaluación externa, aquellos trabajos cuya calidad sea ostensiblemente baja o que no se adecúen a secciones temáticas de la revista. Para esta primera revisión, el Equipo Editorial podrá requerir la asistencia del Consejo Asesor. Las propuestas que superen este primer paso, serán enviadas a dos evaluadores externos a la revista (especialistas en la materia o línea de investigación de que se trate). En caso de que las evaluaciones sean discrepantes, o de que por cualquier otro motivo lo considere necesario, el Equipo Editorial podrá enviar el texto a un tercer evaluador. A la vista de los informes de las y los evaluadores, el Equipo Editorial podrá tomar una de las siguientes decisiones, que será comunicada a los autores:

- Aceptar (como está o con ligeras modificaciones).
- Publicable con las modificaciones que se les hará llegar.
- No publicable.

La decisión es inapelable. Mientras el trabajo está en evaluación, no podrá ser enviado a ninguna otra publicación para su consideración. La o los autores del trabajo se hacen cargo de la autoría intelectual del material remitido con su nombre y, por ende, de todo tipo de acción legal que su publicación pudiese demandar de considerarse que el mismo no cumple con las condiciones legales de propiedad intelectual vigente.

Frecuencia de publicación

EN CLAVE DIDÁCTICA se publicará digitalmente, dos (2) veces al año, en los meses de mayo y noviembre.

Instrucciones para las autoras y los autores

Normas para la presentación de originales:

- 1- Los artículos se remitirán por correo electrónico a enclavedidactica@unsam.edu.ar indicando en el asunto del mismo que el adjunto está destinado a **EN CLAVE DIDÁCTICA**. En el cuerpo del correo deberá figurar el nombre completo de los autores, la dirección electrónica de cada uno de ellos, su lugar de trabajo.
- 2- Los artículos tendrán una extensión máxima de 45000 caracteres, incluidas las tablas, las figuras y los anexos. Se recomienda utilizar letra Arial tamaño 11 con interlineado sencillo.
- 3- Junto con el artículo se remitirá un resumen (máximo 10 líneas), una traducción del mismo en inglés, cinco palabras clave (en castellano y en inglés) y el título del artículo en inglés.
- 4- Se recomienda confeccionar los originales con procesador Word para Windows.

- 5- Los esquemas, dibujos, gráficas e imágenes serán guardadas en JPEG y se adjuntarán en carpeta aparte del documento del texto. En el texto deberán aparecer claramente identificadas para que se sepa el lugar exacto en el que deberán aparecer. Incorporar esas imágenes también en el texto con la aclaración de lo que se está visualizando y la fuente de las mismas (elaboración propia, adaptación o recorte de otro original)
- 6- Todas las citas bibliográficas se escribirán al final del artículo, siguiendo el formato APA en su versión más reciente en español para lo cual se recomienda consultar la guía rápida online creada por la BC UNSAM:
<https://es.calameo.com/read/0048847466271d44eb426>
http://www.unsam.edu.ar/biblioteca_central/ayudas-para-escribir.asp
- 7- Los resúmenes de las tesis didácticas se remitirán por correo electrónico a la misma dirección (enclavedidactica@unsam.edu.ar) indicando en el asunto del mismo que el adjunto se corresponde con el resumen de una tesis. En el cuerpo del correo se deberán consignar los siguientes datos: título, autora o autor, tipo de tesis (de maestría o doctorado) o trabajo final de integración (de especialización o diploma) o tesina de grado, directora o director, departamento, universidad, programa o carrera en la que se la ha presentado, fecha de presentación. La extensión máxima del resumen en el adjunto será de 4500 caracteres.